

2020年广东省赛复赛

从目前公布的比赛内容, 可以将这次省赛看成一次小国决, 其包含了理论, 实测, 观测大礼包, 相较于预赛更具难度(qù).

理论部分

理论部分极为重要, 因为它不仅可以以单独的题型出现, 还可能在实测的前面考察, 甚至可能在望远镜观测中用到(对数据进行分析等等). 但这部分没什么特别的技巧可言. 因此这部分以练习为主. 题目主要选自国决. 这里给大家稍微整理一下知识.

一. 星等亮度计算

光度 L : 恒星的总辐射功率; $L = 4\pi R^2 \sigma T^4$, 单位为瓦(W)

流量密度(亮度) F : 单位面积上的辐射功率, 即 $L = \sum_i F_{\perp} \cdot \Delta S_i = \iint_S F_{\perp} \cdot dS$, 对于各向

同性辐射(如恒星), 即 $F = \frac{L}{4\pi r^2} = \frac{R^2}{r^2} \sigma T^4$.

普森公式: $m_1 - m_2 = -2.5 \lg \frac{F_1}{F_2}$, 记住系数和正负.

距离模数 μ : 视星等与绝对星等之差, $\mu = m - M = 5 \lg \frac{r}{10 \text{ pc}}$.

例1 (CNAO 2013低) 行星

行星从合到冲的亮度增亮了0.85个星等, 求从合到冲经过多少时间? 假设行星轨道为圆形且位于黄道面.

例2 (CNAO 2012低&高) 星等

某中学有一台口径60厘米的天文望远镜, 如果用它来观测冥王星轨道附近的柯伊伯带天体, 并认为这些天体大致呈球状, 且反照率和冥王星接近, 那么理论上这台望远镜能看到的冥王星轨道附近的最小天体的直径为多少? 已知冥王星直径为2300千米, 视星等约为14等.

例3 (USAAO NAO 2021) 星系很难被发现, 即使是那些离我们最近的星系. 例如, 仙女座星系虽然星等为3.44, 但在天空中却显得非常暗淡. 这是因为它的光线非常分散, 因为它在天空中的立体角非常大(大约是太阳的3倍!). 因此, 利用一个星系的面星等常常是有用的, 它被定义为该星系的单位立体角的星等. 它的常用单位是mag/arcmin².

证明, 在一个不膨胀的宇宙中, 面星等与星系的距离无关.

二. 坐标时间计算

恒星时 Θ : 春分点的时角; 重要关系: $\Theta = h + \alpha$.

几个重要时刻(北半球): 上中天时, $h = 0$, a 达到最大, $A = 0^\circ$ 或 180° .

例4 (CNAO 2013低&高) 老人星

老人星(赤经6h24m, 赤纬 $-52^\circ 43'$)作为题目多次出现在往届的国际天文奥赛中.

- (1) 计算说明在昆明(东经 $102^\circ 39'$, 北纬 $24^\circ 57'$)老人星是否会升起?
- (2) 计算在未来24小时内老人星上中天的时间.
- (3) 未来24小时内我们能观测到老人星吗? 为什么?

三. 天体力学

基础高一物理: 向心加速度 $a = \omega^2 r = \frac{v^2}{r}$, 万有引力 $F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$.

例5 (CNAO 2013高) 双星

天文学家将包围在恒星周围的特定空间称为洛希瓣, 在这个范围内的物质会受到中心天体的引力约束而在轨道上作环绕运动. 当恒星吸附的物质膨胀至洛希瓣的范围之外, 它们将摆脱恒星引力的束缚, 如果这种情况发生在双星系统中, 逃逸的物质将经由拉格朗日点落入另一颗子星的引力范围内. 某双星系统中两颗恒星围绕它们的质心在同一直线上旋转且正在发生物质交流, 已知某时刻两颗恒星质量分别为 m_1 和 m_2 ($m_1 > m_2$), 两个子星的距离为 r , 引力常量为 G , 不考虑系统与外部的物质交流.

(1) 求该时刻系统轨道周期 T .

(2) 如果一段时间后, 发现轨道周期 T 变短了 ($\Delta T \ll T$), 试通过计算确定两颗天体是相互靠近还是远离, 物质转移的方向是从 m_1 到 m_2 还是从 m_2 到 m_1 .

提示:

$(1+x)(1+y) \approx 1+x+y$, 当 $x \ll 1, y \ll 1$ 时.

$(1+x)^n \approx 1+nx$, 当 $x \ll 1$ 时.

例6 (CNAO 2016低&高) 金星勾陈一

假设在未来人类将金星的大气进行了彻底改造, 令其变得和地球一样宜居, 然后大规模移民金星. 金星公转轨道可视为圆轨道.

(1) 请问居住在金星北纬 60° 的观测者能看到勾陈一星吗? 并解释原因.

(2) 金星上的居民也想观测到月亮刚好把太阳完全挡住的日全食, 但金星没有天然卫星, 于是金星居民决定发射一个球形的人造卫星来实现这一效果. 并且, 他们希望该卫星绕金星的公转周期为30天. 请问该卫星的轨道距离金星表面多高, 该卫星直径应为多大?

例7 (CNAO 2019高) 垂直发射的炮弹

垂直发射的炮弹是否会落回炮口, 这是很久以前曾出现过的争论.

考虑在赤道处从地面垂直向上发射一颗炮弹, 忽略空气影响, 则:

(1) 当弹丸落回地面时, 落点会正好位于炮口、位于其东侧、还是位于其西侧, 列出判断依据.

(2) 设弹丸发射的初速为 V_0 , 弹丸飞行高度远小于地球半径. 推导落点到炮口的距离与 V_0 的关系, 请列出过程.

[提示] 在推导中你可能用到以下参数: 地球自转角速度 ω_0 , 地球半径 R , 重力加速度 g ; 还可能

用到以下公式: 开普勒定律, $\frac{1}{1+x} \approx 1-x$, $|x| \ll 1$; $\frac{1}{(1+x)^2} \approx 1-2x$, $|x| \ll 1$

四. 新信息计算

最能拉开差距的一类题就是题目给出一个新的概念定义并要求计算. 要充分利用题目已给条件, 如果有缺少的条件就大胆猜假设(如果题目什么都没有就自己想怎么做就怎么做, 言之有理即可)

例8 (CNAO 2018高) 霍金辐射

在本题中, 你会一步一步地推导黑洞的霍金辐射表达式. 在这里, 黑洞的模型为没有自旋、不带电荷的史瓦西黑洞; 由于严格的计算需要用到量子场论的知识, 在一些细节上你只需要正确估计量级.

(1) 请写出质量为 M 的史瓦西黑洞的视界半径 r_s ; 如果你不会, 你可以从牛顿力学出发, 计算质点 M 在逃逸速度为光速 c 时对应的半径.

(2) 考虑量子效应后, 理论上光子可以从这一黑洞中逃逸出来, 我们认为这时光子的波长 λ 应与黑洞视界面的典型尺度相当. 光子的温度可以表示为 $T = E/k_B$, 其中 k_B 为玻尔兹曼常数, E

为光子的能量. 则光子的温度是多少?

(3) 假设黑洞以上方式辐射光子, 则黑洞辐射的功率是多少?

(4) 黑洞的寿命 τ 和黑洞初始质量 M_0 的几次方成正比?

例9 (CNAO 2020高) 主序星占比

假设诞生的恒星中最大和最小质量分别是100和0.08个太阳质量, 依据Salpeter初始质量函数估算银河系中类太阳G型主序星占多少比例.

提示: Salpeter初始质量函数是: $\frac{dN}{dM} = kM^\alpha$, 这里 k 是归一化常数, 指数 $\alpha = -2.35$.

对上式积分可以得到: $N = \frac{k}{\alpha + 1} [M_{\text{upper}}^{\alpha+1} - M_{\text{lower}}^{\alpha+1}]$, 这里 M_{lower} 和 M_{upper} 分别代表最小恒星质量0.08和最大恒星质量100.

例10 (CNAO 2020低&高) 脉冲星

射电脉冲星绝大多数都是孤立的中子星, 而X射线脉冲星绝大多数都是一个中子星和一个正常的光学伴星组成的双星系统, 中子星通过引力吸积光学伴星的物质发射强烈的X射线辐射. 如果中子星的质量约为1.4个太阳质量, 求X射线脉冲星的最大可能光度.

提示: X射线脉冲星的辐射(光)照射物质的时候, 会对被照射的物质产生向外的辐射压力, 当辐射压力超过中子星引力的时候, 脉冲星就不能吸积物质了. 辐射压力 = $[L/(4\pi r^2)]\sigma/c$, 其中 L 是脉冲星的光度, 光散射截面 $\sigma = 6.7 \times 10^{-25} \text{ cm}^2$. r 是距离脉冲星中心的距离.

例11 (CNAO 2019低&高) 火星天文馆

2057年, 人类开启登陆火星之旅, 在火星上以1:1的比例, 按北京天文馆的样貌建设一座火星天文馆. 但因遭遇沙尘暴袭击, 全部电子通讯设备被毁, 只有建好的天象厅外部构架仍坚挺在火星表面. 沙尘暴结束后, 火星小组成员能够找到的材料只有闪闪发光的银色保温膜.

请通过具体数值计算, 判断小组成员能否利用天象厅外部构架和保温膜搭建联络装置与地球建立联系, 说明原因. 假设地球望远镜能够随时观测到火星.

练习

1. 某人肉眼的瞳孔直径在黑暗时能放大到6毫米, 他使用一台口径10厘米的天文望远镜, 请问他用望远镜观测时的分辨率是肉眼的多少倍, 观测到的恒星比肉眼要暗多少倍?

2. 一团密度为地面大气0.5倍, 温度为1200 K的氢分子云若能形成恒星, 请估算云的大小.

提示: 分子的方均根速率 $v_{\text{rms}} = \sqrt{\frac{3kT}{m}}$, 金斯不稳定性 $\frac{R}{c_s} > \frac{1}{\sqrt{G\rho}}$.

3. 天狼星目前的距离为2.7秒差距, 由于天狼星的运动, 它与地球的距离每年减少8万千米. 计算经过多少年后, 天狼星的亮度能够增大一倍?

4. 一颗由分子云塌缩形成的恒星, 光度为 L . 有一颗行星围着它做圆轨道运动, 轨道半径为 D , 半径为 r , 反照率为 α . 假设在平衡状态下, 行星吸收的能量都作为一个黑体辐射出去.

(1) 最初塌缩成恒星的分子云云块(密度为 ρ 、温度为 T)半径 R 至少需要多大?

(2) 行星反射光度 L_r 是多大?

(3) 若行星总是一面朝着恒星, 则亮面的平均温度 t 是多少?

5. 行星大气层中的气体粒子的速度具有很大的变化区间. 如果一种气体粒子的热速度的均方

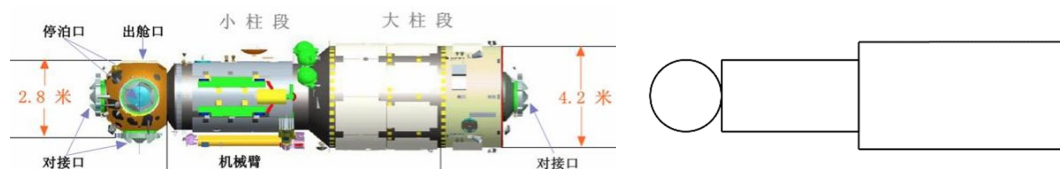
根超过了它的逃逸速度的 $1/6$, 那么绝大部分这种气体就会从行星中逃逸出去. 请问若想使一种理想的单原子气体留在泰坦星的大气层中不会逃逸, 那么这种气体的最小原子质量数 A_{\min} 是多少?

已知: 泰坦星的质量 $M_T = 1.23 \times 10^{23} \text{ kg}$, 半径 $R_T = 2575 \text{ km}$, 表面温度 $T_T = 93.7 \text{ K}$.

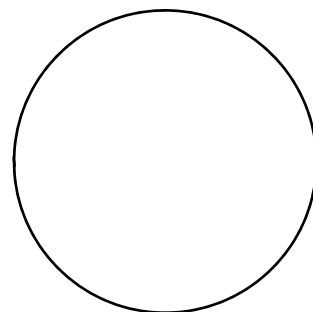
6. β -Doradus是一颗造父变星, 它的脉动周期为9.84天. 为了简化计算, 假设它收缩到最小(半径为 R_1)时最亮, 膨胀到最大(半径为 R_2)时最暗. 变化过程中天体始终为球形且为黑体. 天体的热星等的变化范围为3.46至4.08. 由多普勒位移测量可知, 天体脉动过程中表面膨胀或者收缩的平均径向速度为 12.8 km s^{-1} . 天体的(固有)热辐射峰值会在531.0 nm至649.1 nm范围内变化.

- (1) 求天体在极限收缩与极限膨胀状态对应的半径的比值(R_1/R_2).
- (2) 求天体在极限收缩与极限膨胀状态对应的半径各是多少(以米为单位).
- (3) 计算当天体处于极限膨胀状态时, 它的流量值 F_2 .
- (4) 计算天体的距离 D_{star} (以秒差距为单位).

7. 2021年4月29日, 中国空间站天和核心舱顺利发射, 中国空间站在轨组装建造全面展开. 天和核心舱起飞质量22.5 t; 舱体可分为三部分(如下左图): 直径为2.8 m的球形节点舱, 直径2.8 m、长约5.4 m的柱形小柱段, 以及直径4.2 m、长约8.3 m的柱形大柱段. 为了研究方便, 我们将舱体抽象成下右图一样的简单几何体.



- (1) 将天和核心舱送入近地轨道的是我国近地运载能力最大的长征五号B运载火箭. 它是一款1.5级火箭, 含燃料质量为813.3 t. 现在我们将它简化为1级火箭. 已知其携带燃料的质量为736.5 t. 天和核心舱的轨道近地点高度为352 km, 远地点高度为385 km. 假设燃料的比冲(单位质量燃料可提供的冲量)恒为2000 m/s, 燃料瞬间耗尽, 并且组合体在燃料耗尽恰好在近地点进入预定轨道后才分离(当然, 这些假设完全不可能). 忽略地球自转, 求在发射过程中由于阻力和引力等因素导致的动量损失率为多少? 取地球质量为 $6 \times 10^{24} \text{ kg}$, 半径为6371 km.
- (2) 天和号的轨道周期为多少?
- (3) 天和核心舱轨道倾角为 $i = 41.47^\circ$. 不考虑其它因素, 求在广州($\varphi = 23^\circ$), 未来在天和号上中天时, 其地平高度可能值的范围为多少?
- (4) 假设天和号表面材料反照率为0.2; 且在核心舱侧面对向太阳时, 能够将入射辐射反射到一个半球内. 估算在地球上看到的天和号最亮时星等为多少. 已知太阳视星等为-26.7, 大气光深为 $\tau = 0.5$.
- (5) 某一天, 社长来到生化楼顶, 发现天和号此时恰好位于近地点. 为简便, 认为此时天和号正好在天顶. 社长搬出一台口径80 mm, 焦距1500 mm的折射望远镜.
 - i. 用这台望远镜观测核心舱, 与用另一台口径70 mm, 焦距1350 mm的望远镜相比, 哪一个看到的亮度更亮? (忽略透镜不透过率, 且都能完整看到核心舱)
 - ii. 目镜的焦距为4 mm, 目镜视场为 6° . 请计算理想情况下在目镜中看到的天和号的视大小, 并按比例画在右图中.

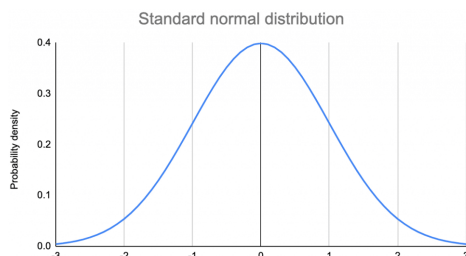


实测部分

实测对于省赛来说也是新题型，并且题干偏长，耗时较多。主要分成两种形式：①根据已知数据分析结论；②根据所给数据求出拟合关系进行推广。注意充分利用题目所给信息，搞清楚自己在算什么。这里首先要介绍一些数据处理方面的知识。

一. 误差

任何的测量都会有误差。误差分为系统误差和偶然误差，其中偶然误差近似服从正态分布，可以通过取多次测量的算数平均值减小偶然误差。偶然误差的基本特点有单峰性，对称性，有界性，抵偿性。



二. 不确定度

测量结果具有误差，因此我们把真实值写成：

$$Y = N \pm \Delta N,$$

其中恒定量 ΔN 称为**不确定度**，可以按照一定方法估计出来。上面式子的含义是，待测量真值有一定概率落在区间 $[N - \Delta N, N + \Delta N]$ 内。 ΔN 的估计方法有主要两种：

(1) 直接估计。对于多次测量的情况，一般采用 3σ 原则。 σ 指的是测量列的标准不确定度，

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (N_i - \bar{N})^2}{n-1}}$$

用来描述测量结果的离散程度。一般认为，真实值有100%的概率落在 $[N - 3\sigma, N + 3\sigma]$ 内。

(2) 间接估计。若 N 为测量值 x, y, z 等的函数： $N = f(x, y, z)$ ，则我们也有不确定度的合成函数： $\Delta N = g(\Delta x, \Delta y, \Delta z)$ 。 g 的函数形式一般在题目中作为提示提供。

三. 有效数字

有效数字能粗略地表达不确定度。它指的是从左开始第一个不为零的数字及其右边的数字。例如，114.514有6位有效数字，81.0有3位有效数字，而0.010有2位有效数字。

有效数字一定不能搞错！它代表着数值的精确程度。在进行运算的时候，结果的有效数字位数取决于参与运算数值的最小有效数字位数，例如 $1.14 \text{ m} + 0.1919 \text{ m} = 1.33 \text{ m}$ 。保留时遵循四舍五入。

四. 方程拟合

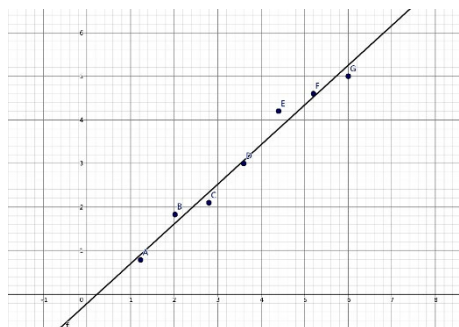
完成数据处理后，我们就需要对数据进行分析，得到物理量之间的关系。其中最基础也是最常考的就是线性关系 $y = kx + b$ 。在得到了大量的数据点 (x_i, y_i) 后，我们要得到 k 和 b 的估计值，这里提供三种方法。

(1)(最不推荐) 公式法。利用公式

$$k = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i - n \bar{x} \bar{y}}{\sum_{i=1}^n x_i^2 - n \bar{x}^2}, \quad b = \bar{y} - k \bar{x}$$

得到 k, b 。然而实测题中数据一般多而难算，利用公式手算毫不理智。

(2) 绘图法。在坐标纸上标出所有坐标点，然后凭自己的感觉画一条直线，使得所有数据点均匀分布在直线两侧。再在这条直线上取两个距离尽量较远的在坐标线上的



点, 用这两点求出直线方程. 这种方法较为简便, 精确度也比较高.

(3)(最推荐) 计算器法. 在科学计算器上进入统计模式, 选择统计 $y = ax + b$, 然后依次输入 x 值与 y 值. 完成后按 OPTN(option), 进行回归计算, 可以迅速得到结果. 最后可按照算出的方程将直线画上.

例11(CNAO 2013选拔赛高) 艾森彗星

根据观测得知, 与小行星不同, 一颗彗星所接收到的太阳的辐射强度大致反比于 R^n , R 为彗星到太阳的距离, 指数 n 随彗星的不同而有所区别. 彗星的绝对星等定义为: 当它距离太阳1天文单位时, 在离它1天文单位处的观测者所见的视星等, 通常记为 H . 在实际观测中, H 一般都是通过观测彗星的视星等而计算出来的. 彗星到地球的距离记为 Δ , 视星等记为 m .

(1) 根据 Δ 、 R^n 、 m , 推导出求彗星绝对星等 H 的公式.

(2) 对将在2013年11月底过近日点的艾森彗星(C/2012S1), 国际上已有多个彗星观测组测量了它的视星等, 如表. 请根据从(1)所得到的公式, 利用所给的坐标图作图计算艾森彗星的 n 和绝对星等 H .

提示: 图的横坐标可取为与 $\lg R$ 相关, 纵坐标则与 m 相关. 作图时, 可将横、纵坐标数据填入表格中.

(3) 11月28日, 它接近近日点, 离太阳0.09 au时, 离地球0.955 au. 你估计它那时的亮度将达到多少等?

观测时间	地心距 Δ (au)	日心距 R (au)	视星等 m	横坐标	纵坐标
2012 09 28	6.573	6.226	17.5		
2012 09 29	6.548	6.216	17.6		
2012 09 30	6.523	6.206	17.6		
2012 10 06	6.368	6.147	17.5		
2012 10 11	6.237	6.098	16.8		
2012 10 16	6.105	6.049	17.3		
2012 10 18	6.051	6.029	17.2		
2012 10 21	5.971	6.000	17.2		
2012 10 27	5.810	5.940	17.1		
2012 11 02	5.649	5.880	16.8		
2012 11 03	5.622	5.870	16.9		
2012 11 06	5.542	5.840	16.3		
2012 11 10	5.436	5.799	16.5		
2012 11 16	5.280	5.739	16.6		
2012 11 26	5.030	5.637	16.4		
2012 12 07	4.775	5.524	16.3		
2012 12 10	4.710	5.492	16.2		
2012 12 15	4.607	5.440	15.9		
2012 12 25	4.422	5.336	16.0		
2013 01 02	4.297	5.251	15.9		

例12(IOAA 2017节选) 测量大麦云的距离

天文学家致力于通过三角视差法精确测量银河系内造父变星的距离, 但始终未果. 所有已知的银河系内造父变星的距离尺度都大于250 pc, 由此导致测量结果存在10%的不确定度, 为此引入视差的误差范围: ± 0.2 毫角秒. 依巴谷卫星测量了200颗紧邻造父变星的视差, 但仍然具有很大的不确定度. 近日, 哈勃空间望远镜获得了10颗误差范围在 $\pm 10\%$ 以内的造父变星的视差. 这些造父变星的周期范围为3.7至35.6天, 距离范围为300至560 pc.

	P (day)	$\langle V \rangle$ (mag)	$\langle K \rangle$ (mag)	A_V (mag)	A_K (mag)	$\langle I \rangle$ (mag)	视差 (mas)	误差 (mas)
RT Aur	3.728	5.464	3.925	0.20	0.02	4.778	2.40	0.19
FF Aql	4.471	5.372	3.465	0.64	0.08	4.510	2.81	0.18
X Sgr	7.013	4.556	2.557	0.58	0.07	3.661	3.00	0.18
ζ Gem	10.151	3.911	2.097	0.06	0.01	3.085	2.78	0.18
l Car	35.551	3.732	1.071	0.52	0.06	2.557	2.01	0.20

表中给出了周期 P 、 V 、 K 、 I 三个波段的平均视星等 V 、 K 和 I 、 V 、 K 两个波段的消光 A_V 和 A_K ，视差parallax (单位为毫角秒mas)和视差的误差(单位为毫角秒mas). 表中所有平均视星等的测量误差忽略不计.

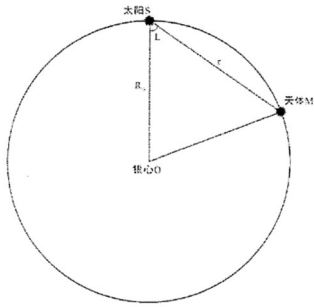
通过观测，天文学家发现造父变星的周期和光度存在周光关系，即 $L \propto P^{\beta}$. 但实际使用中，上述关系常用绝对星等随周期的对数的变化来表示. 本题中，请用修正后的周光关系解答.

根据表中的数据，把解题和画图过程中会用到的各物理量的名称和计算结果写在答题纸上，并在坐标纸上通过描点和线性拟合，分别画出 V 波段和 K 波段的修正周光关系图. 不同波段的关系图画在不同坐标纸上. 根据线性拟合的结果，得到斜率的最佳拟合值和误差范围(解题过程中

你可能用到的近似为: $\Delta(\lg x) \approx \frac{\Delta x}{x \ln 10}$).

例13(CNAO 2012选拔赛低&高) 银河系常数

太阳在绕银河系中心旋转(轨道几乎为圆形)，它到银心的距离 R_0 和公转速度 V_0 是重要的天文参数. 在太阳的公转轨道上，还有许多天体也在绕银心旋转，通过测量它们的距离 r 、切向速度 v_1 以及银经，可以很方便地求出 R_0 与 V_0 .



注：天体的银经(记为 L)是指从太阳系看上去，该天体与银心的夹角，从银心所在处起量(即银心的银经为 0°). 如下图所示.

(1) 如果让你挑选一些天体来测量 R_0 、 V_0 ，列出至少三个你认为最重要的选择依据,说明原因.

提示：可以从天体的速度、位置、距离等参数上考虑.

(2) 推导出根据 r 、 L 、 v_1 求 R_0 、 V_0 的表达式.

(3) 下表列出了一些公转轨道与太阳非常接近的天体的测量数据，求 R_0 (以kpc为单位).

名称	L ($^\circ$)	r (kpc)
S104	74.79	4.40
BBW287	283.76	3.73
BBW311	287.22	10.00
W49	43.17	11.40

例14(IAO 2015低&高) 大气消光

消光是天文学中用于量化对光吸收和散射的方式. 为研究大气消光，在Engelgard天文台，一颗星在同一晚不同天顶距时被观测到. 天文学家用大气质量 X 来描述消光，它与光通过的大气厚度相关. 例如在天顶 $X = 1$ ， $z = 30^\circ$ 时， $X = 2/\sqrt{3}$ ， $z = 60^\circ$ 时， $X = 2$ ，以此类推. 我们用光子数来描述星的亮度，表中第3列的 n 为观测时每秒接收到的光子数. 一个每秒稳定辐射 9900 ± 100 个光子的源被用于定标这次观测，它相当于大气外星等 $m_b = 9.64^m$.

(1) 在答题本上画出表，通过第1列的天顶距计算第2列的大气质量，填入结果；

(2) 计算相对星等 Δm_b (b的意思是蓝色)，结果填入第4列. 用定标光源来确定；

(3) 通过画图的方法找出 Δm 和 X 的关系；

(4) 确定这颗星在天顶的星等.

z	X	n	Δm_b
39.7		15135	
45.6		13816	
49.5		13180	
53.0		12246	
54.9		11800	
58.2		10089	

例15(IAO 2016低&高) 初始质量函数和超新星

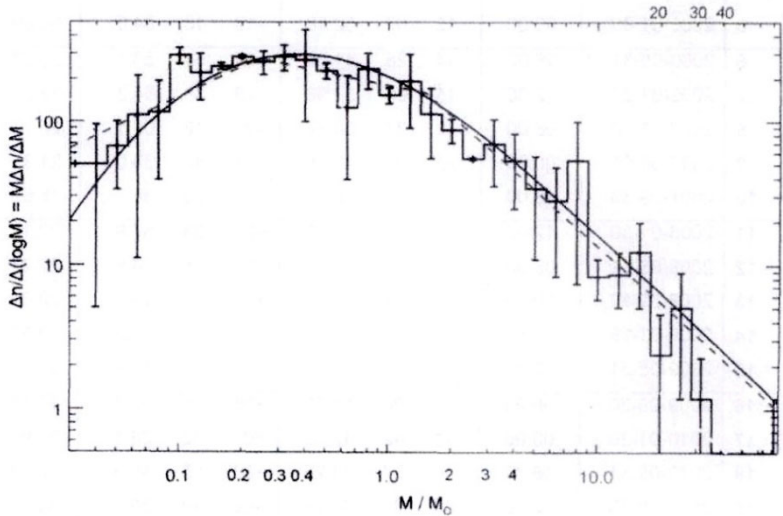
一颗单恒星的演化仅由它的质量决定，因此质量是恒星最重要的参数，我们通常用其诞生时的质量来描述它(初始质量函数IMF).

下图是基于两个不同模型的对数坐标系下的初始质量函数(IMF)，观测到的数据在相同大小的框里，包含误差棒. y 轴为恒星相对数量和质量变化的比率($\Delta n/\Delta \lg M$).

- (1) 我们银河系中的恒星形成率 $\Delta M/\Delta t = 8M_{\odot}/\text{year}$ ，恒星诞生时的质量如果大于 $8M_{\odot}$ 会作为核心塌缩超新星爆发. 估算核心塌缩超新星在银河系中诞生的概率(或在银河系中多长时间会有核心塌缩超新星爆发).

提示: 核心塌缩超新星的平均初始质量是多少? MSN超新星在总恒星形成质量中所占比例 q ($0 < q < 1$)是多少? 这些问题的答案都可以在IMF数据图中测量出.

- (2) 我们在银河系中观测到超新星爆发的频率是多少 $f(\text{yr}^{-1})$? 如与你在(1)中的结果有明显区别，画图或用一段很短的话来解释(不长于20个词的英文或中文).



例16(APAO 2018低) 食双星

利用丽江天文台的2.4 m望远镜观测了一颗食双星的视向速度. 表中给出了处理过的部分数据. 观测时间是儒略日, v_1 和 v_2 分别是星1和星2的视向速度, 速度的单位是km/s, 双星的绕转轨道是圆轨道.

- (1) 计算绕转轨道周期(以天为单位).
- (2) 在一张图中画出两颗子星的视向速度曲线(X轴是相位, 相位的零点为JD2457888.63199, 这是观测食双星的最小时间).
- (3) 计算食双星整体的视向速度(如果结果为负, 表示在靠近观测者. 如果结果为正, 表示在远离观测者.)
- (4) 计算两颗星的质量比 q ($q = M_2 / M_1$, M_1 和 M_2 分别代表星1和星2的质量, 1和2的编号与 v_1 和 v_2 是对应的).

Observational Time (JD)	v_1 (km/s)	v_2 (km/s)	Observational Time (JD)	v_1 (km/s)	v_2 (km/s)
2458203.01601	-300.6	75.7	2458203.18924	231.5	-191.0
2458203.03151	-340.5	94.2	2458203.20481	253.8	-197.3
2458203.04772	-353.0	104.1	2458203.22072	247.4	-181.6
2458203.07990	-283.0	90.8	2458203.23636	219.5	-170.8
2458203.11140	-140.7	57.5	2458203.26764	120.1	-94.9
2458203.12645	-48.8	-41.4	2458203.28372	-40.2	-42.9
2458203.14290	41.2	-142.9	2458203.29952	-210.3	-3.8
2458203.17350	194.9	-175.9	2458203.31535	-247.2	40.2