

# 全国中学生天文奥林匹克竞赛

Chinese National Astronomy Olympiad



CNAO 2002–2020决赛理论笔试&国家集训队选拔赛

试题及部分解答

# 目录

一. 常数表 .....	3
二. CNAO 决赛试题 .....	4
首届全国中学生天文通讯赛试题 .....	4
2003 年全国中学生天文奥林匹克竞赛决赛试题 .....	6
2004 年全国中学生天文奥林匹克竞赛决赛试题 .....	9
2005 年全国中学生天文奥林匹克竞赛决赛暨北京邀请赛试题 .....	12
2006 年全国中学生天文奥林匹克竞赛决赛暨北京邀请赛试题 .....	16
2007 年全国中学生天文奥林匹克竞赛决赛暨厦门邀请赛试题 .....	19
2008 年全国中学生天文奥林匹克竞赛决赛暨杭州邀请赛试题 .....	22
2009 年全国中学生天文奥林匹克竞赛决赛暨广州邀请赛试题 .....	27
2010 年全国中学生天文奥林匹克竞赛决赛暨固原邀请赛试题 .....	30
2011 年全国中学生天文奥林匹克竞赛决赛试题 .....	33
2012 年全国中学生天文奥林匹克竞赛决赛试题 .....	37
2013 年全国中学生天文奥林匹克竞赛决赛试题 .....	40
2014 年全国中学生天文奥林匹克竞赛决赛试题 .....	43
2015 年全国中学生天文奥林匹克竞赛决赛试题 .....	46
2016 年全国中学生天文奥林匹克竞赛决赛试题 .....	49
2017 年全国中学生天文奥林匹克竞赛决赛试题 .....	52
2018 年全国中学生天文奥林匹克竞赛决赛试题 .....	55
2019 年全国中学生天文知识竞赛决赛试题 .....	60
2020 年全国中学生天文知识竞赛决赛试题 .....	63
三. 选拔赛试题 .....	66
2011 年全国中学生天文奥林匹克竞赛选拔赛试题 .....	66
2012 年全国中学生天文奥林匹克竞赛选拔赛试题 .....	68
2013 年全国中学生天文奥林匹克竞赛选拔赛试题 .....	72
2014 年全国中学生天文奥林匹克竞赛选拔赛试题 .....	78
2015 年全国中学生天文奥林匹克竞赛选拔赛试题 .....	82
2016 年全国中学生天文奥林匹克竞赛选拔赛试题 .....	86
2017 年国际天文奥赛国家集训队选拔赛试题 .....	91
2018 年国际天文奥赛国家集训队选拔赛试题 .....	95
2019 年国际天文奥赛国家集训队选拔赛试题 .....	99
2020 年国际天文奥林匹克竞赛集训国家队甄选试题 .....	103
四. 部分试题答案 .....	106

CNAO 2002 参考答案 .....	106
CNAO 2003 决赛参考答案 .....	108
CNAO 2004 决赛参考答案 .....	112
CNAO 2005 决赛参考答案 .....	115
CNAO 2006 决赛参考答案 .....	119
CNAO 2007 决赛参考答案 .....	122
CNAO 2008 决赛参考答案 .....	126
CNAO 2009 决赛参考答案 .....	133
CNAO 2010 决赛参考答案 .....	137
CNAO 2011 决赛参考答案 .....	140
CNAO 2012 决赛参考答案 .....	144
CNAO 2013 决赛参考答案 .....	147
CNAO 2014 决赛参考答案 .....	150
CNAO 2015 决赛参考答案 .....	153
CNAO 2016 决赛参考答案 .....	157
CNAO 2017 决赛参考答案 .....	160
CNAO 2018 决赛参考答案 .....	162
CNAO 2019 决赛参考答案 .....	166
CNAO 2020 决赛参考答案 .....	169
CNAO 2011 选拔赛参考答案 .....	172
CNAO 2012 选拔赛参考答案 .....	176
CNAO 2013 选拔赛参考答案 .....	181
CNAO 2014 选拔赛参考答案 .....	186
CNAO 2015 选拔赛参考答案 .....	189

# 一. 常数表

名称	符号	数值	名称	符号	数值
真空光速	$c$	$299,792,458 \text{ m s}^{-1}$	太阳质量	$M_{\odot}$	$1.989 \times 10^{30} \text{ kg}$
万有引力常数	$G$	$6.673 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$	太阳半径	$R_{\odot}$	$6.96 \times 10^8 \text{ m}$
普朗克常数	$h$	$6.6261 \times 10^{-34} \text{ J s}$	太阳有效温度	$T_{\odot}$	5785 K
玻尔兹曼常数	$k_B$	$1.3807 \times 10^{-23} \text{ J K}^{-1}$	太阳光度	$L_{\odot}$	$3.9 \times 10^{26} \text{ W}$
斯特藩-玻尔兹曼常数	$\sigma$	$5.6705 \times 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-4}$	地球质量	$M_{\oplus}$	$5.974 \times 10^{24} \text{ kg}$
元电荷	$e$	$1.6022 \times 10^{-19} \text{ C}$	地球半径	$R_{\oplus}$	$6.37 \times 10^6 \text{ m}$
电子质量	$m_e$	$9.1094 \times 10^{-31} \text{ kg}$	月球质量	$m$	$7.348 \times 10^{22} \text{ kg}$
质子质量	$m_p$	$1.6726 \times 10^{-27} \text{ kg}$	月球半径	$r$	1738 km
里德伯常量	$R_{\infty}$	$1.0974 \times 10^7 \text{ m}^{-1}$	月球轨道半长轴	$a$	384,400 km
理想气体常数	$R$	$8.3145 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1}$	天文单位	au	$1.50 \times 10^8 \text{ m}$
标准大气压	$p_0$	$1.01 \times 10^5 \text{ Pa}$	太阳常数	$S_{\odot}$	$1.37 \times 10^3 \text{ W m}^{-2}$
电子静质量	$m_e$	$9.109 \times 10^{-31} \text{ kg}$			
质子静质量	$M_p$	$1.6726 \times 10^{-27} \text{ kg}$			
真空磁导率	$\mu_0$	$4\pi \times 10^{-7} \text{ H m}^{-1}$			
真空介电常数	$\epsilon_0$	$8.854 \times 10^{-12} \text{ F m}^{-1}$			

注: 本常数表为总表, 请根据实际题目使用.

## 二. CNAO决赛试题

### 首届全国中学生天文通讯赛试题

2002年1月

#### Group A. (低年组)

1. As you know, the most widely used calendar in the middle centuries was Julian. Just now most countries use the Gregorian calendar and the difference between Julian and Gregorian calendars is 13 days: for the same days dates in the Julian calendar fall behind the dates in the Gregorian calendar by 13. Last time the dates in these calendars coincided were in the 3rd century.

Calculate in what century  $s$  such a difference will be 1 year and the 22nd of October (for example) in Gregorian calendar will coincide with the 22nd of October in the Julian once again.

**译文:** 已知在中世纪广泛应用儒略历, 现在大多数国家应用格里历, 从第3世纪到现在(2000年), 儒略历和格里历相差了13天, 即对于同样的日期来讲, 儒略历落后格里历13天, 上次儒略历与格里历相合是在第3世纪, 请计算到哪一个世纪两个历法相差1年, 日期又重合, 比如在格里历是10月22日, 儒略历也是10月22日, 两者一致.

2. Two stars have the same apparent magnitude and are of the same spectral type. One is twice as far away as the other. What is the relative size of the two stars?

**译文:** 两颗恒星具有相同的视星等和光谱型, 其中一颗星到我们的距离是另一颗星的两倍, 求这两颗星的相对大小?

#### Group B. (高年组)

1. A quasar is observed and it is found that a line whose rest wavelength is  $3000 \text{ \AA}$  is observed at  $15000 \text{ \AA}$ . Estimate:

- (a) How fast is the quasar receding?  
(b) How far away is it if its distance is given by the Hubble relation (The Hubble constant is  $H = 75 \text{ km/s/Mpc}$ )?

Both answers may be done with an accuracy of 30%.

**译文:** 观测到一个类星体的静止波长为3000埃的谱线红移到了15000埃, 请估算:

- (a) 这个类星体的退行速度;  
(b) 根据哈勃定律, 它到我们的距离是多少? (哈勃常数为 $H = 75 \text{ km/s/Mpc}$ )  
以上两项计算的精度要求为30%.

2. Young scientists from the Komi-Republic territory (in the Russian Federation) registered a few days ago a new object looking like an eclipsing binary star. But the period of this star was not stable: the stellar magnitude of the object is usually equal to  $24.32^m$ . Once every  $7\sim11$  seconds it is rising to  $24.52^m$  for  $0.2\sim0.3$  seconds. After investigations it was clear that the shining object is eyes of a group of absolutely black cats sitting on a small absolutely black body in our Solar System and looking towards the Sun! And one of the cats is blinking! Calculate the number of cats in the group sitting on the small body and

looking to the Sun. Draw a picture explaining your solution. Consider that all the cats are equal in size.

**译文:** 俄罗斯联邦科米共和国的青年科学家在几天前发现了一个像食变双星的新天体, 但是它的周期不稳定, 它的亮度通常为24.32等, 但是每隔7~11秒, 它的亮度会在0.2~0.3秒之内变为24.52等, 经过研究发现这个闪亮的天体是坐在太阳系中的一个很小的由绝对黑体组成的天体上面的一群完全是黑色的猫的眼睛, 它们正在看着太阳, 光变是其中的一只猫眨眼睛造成的, 请计算这群猫的数量, 画一张图解释你的答案. 假设所有的猫的大小是一样的.

3. There are two photos of the Moon taken by the same camera mounted on the same telescope (the telescope is placed on the Earth). The first photo has been made while the Moon was near its perigee and the second one near the apogee. Find from these data the value of the Moon's orbit eccentricity. Estimate the minimal period between the moments at which these two photos could be taken.



高年组第3题参考照片

**译文:** 这里是使用同一台照相机和同一架望远镜在同一地点拍摄的两张月亮的照片, 第一幅拍摄于月亮在近地点附近时, 第二幅拍摄于月亮在远地点附近. 从以上数据中求月球轨道的偏心率, 并估计拍摄这两幅图的最小间隔.

4. A cosmonaut in a spacecraft is moving over the Moon surface through the Mare Frigoris at an altitude of 100 km. An astronaut is walking on the Moon's surface at Mare Frigoris and it is daytime at that place (the Sun is shining). Can the cosmonaut register the astronaut using binoculars with a magnification of  $20\times$ . Take into account all the possibilities.

**译文:** 一名宇航员乘宇宙飞船从月面的Mare Frigoris以上100千米的高度飞过, 同时另一名宇航员正在月球上的白天在月面上的Mare Frigoris行走, 飞船上的宇航员能否用20倍的双筒望远镜发现月面上的宇航员? 考虑所有的可能性.

5. A 1.2-meter Schmidt camera has a  $6^\circ \times 6^\circ$  field of view. Estimate how many photographs you would have to take to cover the whole sky. (Please, make an estimation of the maximum and minimum number of photos.) Explain your calculations. Where do you have to place your telescope to be able to do this?

**译文:** 一架1.2米的施米特望远镜, 其视场为 $6^\circ \times 6^\circ$ . 估算要拍摄多少张底片(最多数和最少数)才能覆盖全天, 解释你的结论, 为了做到这一点, 望远镜应放在何处?

# 2003年全国中学生天文奥林匹克竞赛决赛试题

北京 2003年7月5日

注: 本卷未按照原年级组题号编排

- 可能用到的常数或者数值:

$$\sin 23.5^\circ = 0.399, \cos 23.5^\circ = 0.917$$

$$\arcsin 0.387 = 22.8^\circ, \arccos 0.387 = 67.2^\circ,$$

$$\arctan 0.387 = 21.1^\circ$$

当  $|x| \ll 1$  (比如  $|x| < 0.2$ ) 时, 你可以根据情况选用以下近似公式:

$$(1 + x)^\alpha = 1 + \alpha x \ (\alpha \text{为任意实数})$$

$$e^x = 1 + x$$

$$\ln(1 + x) = x$$

$$\lg(1 + x) = 0.4343x$$

$$\sin x = x \ (x \text{以弧度为单位})$$

$$\tan x = x \ (x \text{以弧度为单位})$$

$$\cos x = 1 - x^2/2 \ (x \text{以弧度为单位})$$

- 水星到太阳的距离是0.387天文单位, 2003年5月7日发生了一次水星凌日, 请问在此之后, 水星第一次到达东大距和西大距各是大约多少天之后?
- 月亮绕地球公转的轨道平面和黄道只有一个非常小的夹角. 请问, 上弦月发生在一年的什么时候(比如几月份左右), 在上中天时可以有最大的地平高度? (假设你在北京观测)
- (低年组)如果由于某种原因, 黄赤交角变成了60度, 在地球上什么范围的人们有可能经历极昼现象?
- (高年组)春分前后, 你到赤道附近的海滨城市度假. 你起了一个大早, 兴致勃勃地站在海滩上看海上日出. 当看到太阳上边缘跃出海面的一刹那, 你开始计时并迅速伏倒在沙滩上. 等你再一次看到太阳上边缘跃出海面的时候, 停止计时. 请问这段记录的时间间隔有多长? 假定你站着和伏着时眼睛的高度差为1.60米.
- (低年组)水星的自转轴垂直于公转轨道平面, 其自转周期是公转周期的三分之二, 那么在水星上观测, 从日出到日落要经历多长时间? (答案请以公转周期即水星年为单位)
- 在距地球10光年的一颗恒星的一个行星上产生了和我们相似的文明, 他们有和我们相同的星等系统. 他们正在好奇地寻找他们之外的行星系统, 非常巧, 我们的太阳是他们长期监测的一个目标. 他们试图通过行星凌星引起的恒星星等的变化来探测可能存在的行星, 如果他们可以测到0.001星等的光变, 地球有可能被他们以这种方式发现吗? 为什么?
- (低年组)中国古代神话里有一个“夸父追日”的故事. 假如夸父生活在北纬30度附近, 当他看到太阳快落山的时候就开始拼命向正西方向奔跑, 为了保持太阳始终不落下去, 夸父的时速得达到每小时多少千米? 这个速度和常温常压下的声速(340米/秒)相比如何?

8. 有一颗小行星近日点为2 AU, 远日点为5 AU. 地面上某望远镜对其有两次观测, 都是在位于冲的时候, 一次冲恰逢它在近日点, 另一次冲则恰逢它在远日点. 请问这两次观测到的此颗小行星的星等差多少?
9. 所有Ia型超新星在极亮时的绝对星等大约都是-19.5等. 现在观测到在某旋涡星系里的一次Ia型超新星爆发事件, 测得这颗超新星极亮时的视星等为15.5等. 通过对此星系的光谱观测得知此星系红移为0.023. 请由以上数据估计哈勃常数(以km/s/Mpc为单位).
10. 日晷是古代利用太阳位置来计时的一种工具. 在太阳到中天的时候, 日晷指示的时间是12点, 而实际上你会发现当地时间一般不会是12点, 而且这两者的差异随季节不同而不同.
- (1) 请问造成这两者差别的可能原因有哪些?
- (2) 如果地球轨道是圆的, 在春分那天太阳到中天的时候, 你把手表调到了12点整. 第二天太阳又到中天的时候, 你的手表指示什么时刻?
11. (高年组)一个球状星团, 其赤经 $\alpha$ , 赤纬 $\delta$ , 对其成员恒星进行了视向速度观测和自行观测. 这些成员星视向速度平均值为 $\langle v_r \rangle$ (公里/秒), 视向速度平方的平均值为 $\langle v_r^2 \rangle$ (公里/秒)<sup>2</sup>. 它们的赤经变化的平均值为每年 $\langle u \rangle$ 角秒, 赤经变化的平方的平均值为 $\langle u^2 \rangle$ (角秒/年)<sup>2</sup>. 求这个球状星团到我们的距离(以秒差距为单位).
12. (高年组)在天文中常用面星等来表示面源的亮度. 如果我们在某波段观测到一个面源(如星系)上某个区域每平方角秒的流量和一颗在该波段视星等为 $m$ 的恒星流量相同, 我们就说面源的这个区域的面星等为每平方角秒 $m$ 等或 $m$ 等/平方角秒. 仙女座星系距离我们约750 kpc, 现观测到它的一个星团与其核球上某个区域落在了同一视线方向, 测量得到它们迭加起来的面亮度为19等/平方角秒. 分析表明这个星团和银河系里距离我们为7.5 kpc的一个面亮度为20等/平方角秒的星团类似. 请问仙女座星系核球那个区域本身的面亮度是多少等/平方角秒(只需要把式子列出, 不必计算最终结果)?
13. (高年组)太阳的寿命大约是100亿年, 主要在主序阶段度过, 其它阶段(如红巨星阶段)相比起来很短暂. 在主序阶段的恒星的光度 $L$ 和恒星的质量 $M$ 有很好的关系, 大致是 $L$ 正比于 $M^{3.5}$ . 请估计一颗两倍太阳质量的恒星的寿命.
14. (高年组)探测太阳系外行星系统的一种方法是视向速度法. 由于恒星和其行星绕它们的质心做周期转动, 恒星的视向速度会发生周期性变化, 这样引起的多普勒效应可以通过对恒星进行光谱观测而探测到. 如果有一颗一个太阳质量的恒星, 它有一颗行星距它5 AU, 质量大约是这颗恒星的千分之一(类似于太阳-木星系统), 那么这颗恒星视向速度变化的幅度最大有多少? (假定圆形轨道). 如果是类似太阳-地球系统呢?
15. 给出图1中各星座的名称, 并在图上画出以下天体的位置: M13, M51, M81, M101; 北天极, 北黄极, 北银极. 给出JBO流星雨的名称并在图中画出JBO极大时辐射点的位置.



图1

16. 指出图2中三个黄道星座的名称. 在图上标出黄道和天赤道的位置. 给出图上最亮的四颗恒星的星等和它们分别按西方习惯(比如: 天琴座 $\alpha$ )和中国传统惯例(比如: 织女)的中文名称.



图2

17. 推算今天晚上12点的地方恒星时. 如果今晚在北京郊区进行光学观测, 给出选择观测天体的大致的坐标范围.
18. 今晚12点在北京观测火星, 它的地平高度、方位角(从南点起算)、赤经、赤纬、亮度、所在星座各是多少? 下一次火星大冲的时间是什么时候, 当时火星在什么星座? 当天晚上12点在北京观测它的地平坐标、赤道坐标和黄道坐标分别是多少?

# 2004年全国中学生天文奥林匹克竞赛决赛试题

北京 2004年5月3日

注: 本卷未按照原年级组题号编排

- 可能用到的常数:

当  $|x| \ll 1$  (比如  $|x| < 0.2$ ) 时, 你可以根据情况选用以下近似公式:

$$e^x = 1 + x$$

$$(1 + x)^\alpha = 1 + \alpha x \ (\alpha \text{为任意实数})$$

$$\ln(1 + x) = x$$

$$\lg(1 + x) = 0.4343x$$

$$\sin x = x \ (x \text{以弧度为单位})$$

$$\tan x = x \ (x \text{以弧度为单位})$$

$$\cos x = 1 - x^2/2 \ (x \text{以弧度为单位})$$

## I. 选择题

01. 下面星座中( )是与狮子座相邻的星座.

- (A)金牛座 (B)巨蟹座 (C)小熊座 (D)猎户座

02. 神舟四号飞船于2002年12月30日0时40分发射, 2003年1月5日19时16分成功着陆. 神舟五号飞船与神舟四号飞船的轨道基本一致, 那么神舟四号飞船一共环绕地球飞行了( ).

- (A)不到10圈 (B)25圈左右 (C)110圈左右 (D)超过200圈

03. 一般来说, 彗星的彗尾的方向和彗星的运动方向( ).

- (A)一致 (B)相差90度左右 (C)相反 (D)没有关系

04. 古书上说“斗柄东指, 天下皆春; 斗柄南指, 天下皆夏; 斗柄西指, 天下皆秋; 斗柄北指, 天下皆冬”. 这指的是每天( )看到的天象.

- (A)傍晚时 (B)半夜时 (C)凌晨时 (D)任何时间

05. 2004年4月23日18时发生“金星合月”的天象. 这指的是金星和月球( ).

- (A)视位置最接近 (B)方位角相等 (C)赤经相等 (D)黄经相等

06. 仙女座大星系是银河系的姐妹星系, 距离我们大约1 Mpc. 如果它发的光相当于里面有100亿个太阳, 我们会看到仙女座大星系的总亮度为( )等.

- (A) 0 (B) 2 (C) 5 (D) 10

07. 以下不正确的说法是( ).

- (A)对地球上的观测者而言, 整个20世纪没有发生过金星凌日

- (B)我国发射的第一颗人造卫星“东方红一号”目前仍在绕地球轨道上运行

- (C)澳大利亚80岁的彗星猎手布雷德菲尔德不久以前使用25厘米反射望远镜目视发现了  
C/2004 F4彗星

- (D)由地球绕太阳一周其自转轴方向的变化可以求出北极星到太阳的距离

08. (低年组) 在北京2004年5月16日可以( )看到月亮.  
(A)黎明时在东方 (B)黎明时在西方 (C)傍晚时在东方 (D)傍晚时在西方
08. (高年组) 观测发现有一个天体颜色和太阳很相似. 利用各种可能手段估计它的距离, 进而估计它的绝对星等, 发现它的绝对星等要比太阳暗几个星等. 这颗星最可能属于( ).  
(A)红巨星 (B)白矮星 (C)彗星 (D)小行星
09. 在2004年5月5日凌晨的月全食观测中, 按重要性的大小排列, 需要考虑的因素依次是( ).  
(A)观测地点、天气、安全 (B)天气、观测地点、安全  
(C)天气、安全、观测地点 (D)安全、天气、观测地点
10. 到目前为止发现的木星卫星的总数大致是( ).  
(A)30左右 (B)40左右 (C)60左右 (D)90左右

## II. 问答题

11. (低年组) 某次金星凌日, 甲乙二人在相距5000千米(直线距离, 不是弧长)的两地进行观测, 记录下各个时刻金星在日面上的投影位置. 观测结束后他们进行对比, 发现当两人连线垂直于地球-金星连线时, 他们记录的金星日面投影位置有25角秒的差别. 基于这个观测事实计算出的1天文单位(地球-太阳距离)大约是多少千米? (由开普勒第三定律, 他们已知金星公转的轨道半径是地球公转轨道半径的72%).
12. (高年组) 三颗质量各为太阳质量 $1/3$ 的恒星是以它们为顶点的一个边长为1 AU的等边三角形, 并在它们所构成的平面内绕共同质心转动, 求其转动周期.
13. 假设一颗小行星2003年3月12日在午夜上中天时被发现, 昨天晚上观测到该小行星又一次在午夜上中天. 试求该小行星到太阳的距离(假定圆轨道).
14. (高年组) 2050年的一次太空探测中, 飞船上的宇航员准备在距离一颗小行星很远的地方发射一个相对于小行星速度为 $V$ 的探测器, 使得这个探测器在小行星的引力作用下接近小行星, 并能够恰好贴着小行星的表面着陆. 已知这颗小行星质量为 $M$ , 半径为 $R$ . 为达到上述要求, 宇航员应该选择瞄准距 $b$ 为多大? (不考虑太阳的引力作用. 瞄准距 $b$ 定义为小行星到探测器初速度方向所在直线的垂直距离. )
15. SOHO是一颗可以对太阳活动进行每天24小时不间断监测的卫星, 它总是位于太阳和地球之间, 太阳和地球的连线上一点 (严格地说, 为了避免太阳对卫星与地面通讯的干扰, 卫星要偏离太阳和地球的连线一些, 这里我们不考虑这些细节), 也就是说其绕太阳运转的周期和地球的一样是1年. 试估算SOHO卫星到地心的距离(可以认为地球和卫星轨道都是圆的).
16. 晚上用一架一百万像素的数码相机拍摄10公里远处山路上迎面开来的一辆开着前面大灯的轿车. 相机镜头口径是1.2厘米, 对应20度 $\times$ 20度的视场. 请问所拍的相片上能不能分辨出那辆车的前灯是两个?

17. (低年组) 某个北京的天文爱好者在和同伴一起郊游的时候在密林中迷路了. 半夜, 天非常好, 可是高大繁茂的树枝和浓密的树叶遮住了绝大部分的星空, 只在头顶非常高的地方露出了20度见方的天空, 从这里他可以看到组成了一个梯形的四颗亮星. 请你帮他找到一个判断方向的办法.
18. (高年组) 请对北京(东经120度, 北纬40度)和海口(东经110度, 北纬20度)两个不同的观测地点大致排出分别在2004年3月21日和2004年10月30日两天晚上对下述8个天体(括号内是它们的赤道坐标)进行光学观测的时间和顺序.
- ①仙女座 $\alpha$ (0小时, +30度); ②M45 (4小时, +25度);
  - ③天狼星(7小时, -20度); ④南十字座 $\beta$ (13小时, -60度);
  - ⑤天蝎座 $\delta$ (16小时, -20度); ⑥仙王座 $\beta$ (21小时, +70度);
  - ⑦月球(两天的坐标分别为1小时, +1度和4小时, +24度);
  - ⑧灶神星(两天的坐标分别为21小时, -17度和23小时, -16度).

# 2005年全国中学生天文奥林匹克竞赛决赛暨北京邀请赛试题

## 理论试题

北京 2005年5月3日

### I. 选择题

01. Deep Impact飞船探测的目标是( ).  
(A) C/2004 Q2彗星 (B) 一颗近地小行星  
(C) 一颗大行星的卫星 (D) 坦普尔1号彗星
02. 今天晚上有可能看到( )产生的流星雨.  
(A) 3200号小行星 (B) 21P彗星 (C) 哈雷彗星 (D) 比拉彗星
03. 九天前刚发生过一次半影月食. 当时月食发生的时间大概是北京时间( ).  
(A)天亮前后 (B)中午 (C)天黑前后 (D)半夜
04. 近年来比较新的观测结果表明宇宙目前的膨胀情况是( ).  
(A)加速膨胀 (B)减速膨胀 (C)匀速膨胀 (D)没有膨胀
05. 从地球上看, 地内行星从由晨星变为昏星的时间是( )的前后.  
(A)上合 (B)下合 (C)西大距 (D)留
06. 下个星期三1号小行星谷神星冲日. 现在它到地球的距离大致是( )天文单位.  
(A) 1.0 (B) 1.7 (C) 2.7 (D) 大于3.5
07. (低年组)在地面上能观测到的铱卫星闪光的最大亮度约为( ).  
(A)暗于5 (B) 0 (C) -5 (D)亮于-8
07. (高年组)在水星上每年什么时候最热? ( )  
(A)水星位于近日点附近时  
(B)水星位于远日点附近时  
(C)水星上四季气温没有明显变化, 因此没有最热的时候  
(D)和地球类似, 当水星上太阳高度角最大的时候最热
08. (低年组)2005年第10届国际天文奥林匹克竞赛的举办地点为( ).  
(A)北京 (B)莫斯科 (C)克里米亚 (D)西伯利亚
08. (高年组)假如有一天你登上了金星, 以下辨认方向的方法中不合适的是( ).  
(A)利用指南针 (B)根据恒星的位置  
(C)根据太阳的周日视运动 (D) 根据麦克斯韦山脉、大火山等典型地貌
09. (高年组)一次小行星掩星现象一般的持续时间是( ).  
(A)几秒钟 (B)几分钟 (C)几小时 (D)一天以上

10. (高年组)已知某大行星的一颗卫星距离其中心354000千米, 该卫星的公转周期为5天21小时, 则该大行星与地球的质量比约为( ).  
(A) 12.3 (B) 15.6 (C) 17.3 (D) 20.9

## II. 计算题

1. (低年组)从某个恒星上看, 日地平均距离(1天文单位)所张的角为1"时, 把恒星到太阳的距离叫1秒差距. 假如把太阳放在距离地球1秒差距的地方, 计算它相对于地球的张角.

1. (高年组)假如把太阳放在距离地球1秒差距的地方, 计算它相对于地球的张角.

2. 假定在与某天体方向垂直的基线两端相距10000千米的地面观测者A和B, 测得该天体相对恒星背景的位置差为49", 问这时该天体距地球的距离是多少?

当该天体离地球最近时, 测得角直径为64", 离地球最远时, 测得角直径为10", 假定该天体和地球都是圆轨道, 问该天体和地球的公转轨道半径之比是多少?

3. (高年组)天文爱好者经常用下述方法测量目视望远镜的视场大小: 找到一颗已知赤纬的恒星, 调整好望远镜的位置, 使恒星能在望远镜东西方向的最大视场直径内通过. 根据它通过的时间可以算出视场大小.

用一架口径400毫米、焦距4000毫米的望远镜观测, 五车二( $\alpha$  Aur, 赤纬为 $+46^{\circ} 0'14.4''$ )通过视场的时间为2.5分钟.

(1) 请你估计能否用这个系统看到整个满月?

(2) 在这个望远镜的物镜焦平面上搁置照相底片(大小为 $4 \text{ cm} \times 4 \text{ cm}$ )拍摄满月, 像的直径为多少, 望远镜能否拍下整个满月?

## 实测与观测笔试试题

北京 2005年5月4日

## I. 选择题

1. 在北京观测, 今天晚上9点木星位于( )方向.  
(A)东南 (B)西南 (C)西北 (D)东北
2. 目前土星位于( ).  
(A)猎户座 (B)狮子座 (C)双子座 (D)室女座
3. 在北京观测, 今天猎户座开始落到地平线以下的时间大致是( ).  
(A)白天 (B)晚上8点 (C)半夜12点 (D)凌晨3点
4. 牛郎星(Altair)和织女星(Vega)的角距离大约是( )度.  
(A)小于5 (B) 15 (C) 40 (D)大于60

## II. 问答题

### 1. 恒星的数目

1997年6月, 欧洲空间局Hipparcos卫星的观测数据正式发表, 这就是Hipparcos星表, 该表包括太阳附近118000多颗恒星的星等、视差、色指数等数据, 是研究恒星及银河系的重

要资料. Hipparcos星表的极限视星等约为10~12等, 最远距离约为几千秒差距. 下表对Hipparcos星表中所有视星等 $v \leq 10$ 等并且视差 $\pi \geq 0.01$ 角秒的主序星数目进行了统计. 下面以第6行为例解释它的含义, 该行表示在所选的主序星中, 绝对星等 $-0.5 \leq M_v \leq 0.5$ 的有145颗,  $M_v \leq 0.5$ 的共有197颗.

绝对星等 ( $M_v$ )	主星序 个数( $N$ )	主序星 总数( $N_{\text{total}}$ )	改正双星 后的数目
-4	2	2	
-3	3	5	
-2	6	11	
-1	41	52	
0	145	197	
1	536	733	
2	1518	2251	
3	3779	6030	
4	5708	11738	
5	4028	15766	
6	1643	17409	
7	605	18014	
8	211	18225	
9	63	18288	
10	29	18317	
11	5	18322	
12	3	18325	
13	0	18325	

- (1) 请据此估计太阳附近100 pc范围内的主序星总数. 假设这些主序星都是单星.
- (2) 天空中存在着大量双星和聚星系统, 由于它们距离很远, Hipparcos卫星难以分辨, 因此在Hipparcos星表中, 很多双星和聚星系统都被当作了单星. 假设所给的表里统计的恒星中, 有50%的恒星其实是双星(忽略聚星系统), 并且假设这些双星系统中, 伴星光度与主星光度相等, 请对表中的统计结果进行修正, 求出改正双星效应后的恒星数目, 将结果填入表的空处, 应列出必要的计算公式. 如果恒星数目不是整数, 按四舍五入法则化为整数.

## 2. (高年组)观测计划

今天晚上准备在考试地点(北京郊区韩村河)观测以下的天体或天象: 日出和日落、太阳黑子; 月面; 火星(已知5月2日23时火星合月); 土星光环; 木星的大红斑和伽利略卫星; 天王星(赤经22小时48分, 赤纬-8.5度, 5.9等); 宝瓶座 $\gamma$ 流星雨; 不久以前刚刚发现的超新星2005 bu(赤经07:22:18.21, 赤纬+22:02:39.2, 17.5等); 1号小行星谷神星(5月11日冲日, 赤纬-8.5度, 7.0等); 国际空间站19:39-19:46可见, 方向西南偏南到东南到正东, 最亮时-0.1等, 距离1068千米, 地平高度15度; 梅西叶天体M6, M7, M31, M42; 银星闪光02:42, 银星62, 东南偏东, 13度, -1.6等; 02:52, 银星63, 东南偏东, 17度, -3.3等; 双星: 仙王座8; 天鹅座 $\beta$ .

可以使用的观测设备: 带三脚架的12 × 50双筒望远镜. 请你按照时间的先后顺序列出今晚的观测计划表(见下页上表).

## 2. (低年组)观测计划

日出和日落、太阳黑子；月面；土星光环；木星的伽利略卫星；天王星(赤经22小时48分，赤纬-8.5度，5.9等)；宝瓶座γ流星雨；1号小行星谷神星(5月11日冲日，赤纬-8.5度，7.0等)；国际空间站19:39-19:46可见，方向西南偏南到东南到正东，最亮时-0.1等，距离1068千米，地平高度15度；梅西叶天体M6, M7, M31, M42；铱星闪光02:42, 铱星62, 东南偏东, 13度, -1.6等；02:52, 铱星63, 东南偏东, 17度, -3.3等。

观测计划表					
观测日期:		观测地点:		观测者:	
序号	观测时间	观测方位	观测内容	使用设备	观测情况说明
.....	.....	.....	.....	.....	.....

# 2006年全国中学生天文奥林匹克竞赛决赛暨北京邀请赛试题

北京 2006年5月4日 (农历四月初七) 8:30-11:30

## I. 选择题

01. 如果今天晚上天晴, 有可能观测到( )流星雨.  
(A) 天琴座 (B) 宝瓶座 $\gamma$  (C) 牧夫座 (D) 仙女座 $\alpha$
02. 本月北半球最有可能被肉眼观测到的彗星的编号是( ).  
(A) 73P (B) C/2004 Q2 (C) C/2006 A1 (D) P/2006 G5
03. 以下在时间上距离现在最远的本月天象是( ).  
(A) 土星合月 (B) 木星冲日 (C) 金星合月 (D) 火星合月
04. 下列梅西叶天体离我们最远的是( ).  
(A) M1 (B) M13 (C) M31 (D) M45
05. 在大麦哲伦云中发现的超新星1987A的实际爆发时间大致距现在( ).  
(A) 20年 (B) 2千年 (C) 20万年 (D) 20亿年
06. 可以被称为“流星暴雨”的流星雨需要达到的流量大约是( ).  
(A) 每秒1000颗 (B) 每分钟1000颗  
(C) 每小时1000颗 (D) 每天1000颗
07. 中国目前拥有的南极陨石约为( )颗.  
(A) 50 (B) 500 (C) 5000 (D) 10000
08. “飞马四边形”对角线的长度约为( )度.  
(A) 10 (B) 20 (C) 30 (D) 40
09. 本月11日8时月掩角宿一. 下一次月掩心宿二的时间是本月的( ).  
(A) 11日20时 (B) 14日23时 (C) 18日16时 (D) 23日3时
10. 此刻的地方恒星时大概是( )时.  
(A) 0 (B) 6 (C) 12 (D) 18

## II. 简答或计算题

11. 在下表中填写你所知道的尽可能多的大行星参数.

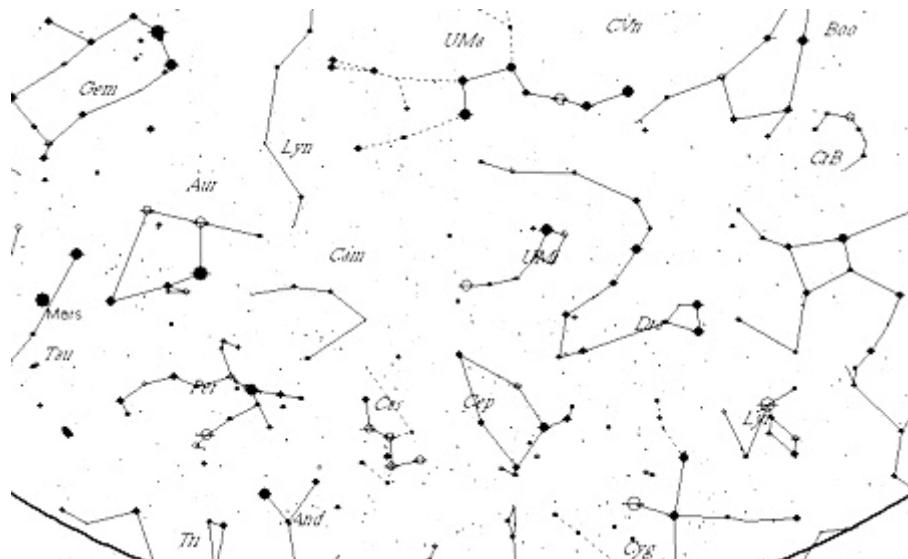
	水星	金星	火星	木星	土星
距太阳平均距离 (天文单位)					
目前所在星座					

目前亮度(星等)				
公转周期(年)				
自转周期(地球日)				
质量(地球质量)				
大小(地球直径)				
视直径(角秒)				
自然卫星数				

12. 列出你所知道的有关猎户座的尽可能多的信息. 比如: 在天球中的位置, 有关的神话传说, 在某个特定日期升起和落下的大致时间, 该星座里著名的亮星和特殊天体, 尽可能多的相邻的星座名, 等等.
13. (低年组)下图是通过望远镜拍摄的以月亮为背景的树和人的照片. 假设树的高度是4米, 人的身高是1.7米, 估算人和树分别到望远镜的距离.



13. (高年组)某位爱好者出外进行恒星周日视运动的摄影. 他在当地时间午夜零点整按下快门, 并注意到他面对的正好是下图所示的星空: 两颗“指极星”(大熊座 $\alpha$ 和 $\beta$ )在北极星的上方几乎连成正南正北的一条线! 请根据这些条件推算出他当时是在哪一天进行的拍摄. (大熊座 $\alpha$ 的坐标是: 赤经11h04m, 赤纬 $+61^{\circ}45'$ )



14. 在春分那天的北京时间中午12点在六个城市(位置见下表)分别竖起一根长度完全相同的杆子. 推出计算各地杆子投影的长度和方位角(南点起算)的公式, 计算方位角并将结果在表中列出.

城市	经度(东经)	纬度(北纬)	影子方位角(南点起算)
北京	116.5°	40°	
哈尔滨	127°	46°	
上海	121°	31°	
广州	113°	23.5°	
海口	110°	20°	
乌鲁木齐	87°	43°	

15. 已知某个轨道半长径为9天文单位, 轨道偏心率和轨道倾角均为0的小行星今天正好冲日. 计算该小行星下次冲日的日期和当时所在的星座, 以及当时从地面观测该小行星相对恒星背景移动1角秒所需要的大致时间.

### III. 观测题

16. 假设你昨天晚上22:30进行观测考试, 题目是使用放置在黄松峪中学操场的赤道式折射望远镜, 先进行必要的调整, 找到木星并放在主镜视场中, 然后指示给监考老师. 请在这里用文字描述具体的操作步骤. 应指出当时木星的大致方位.
17. 写出北天极所在的星座以及离北天极最近的三个星座的名称.

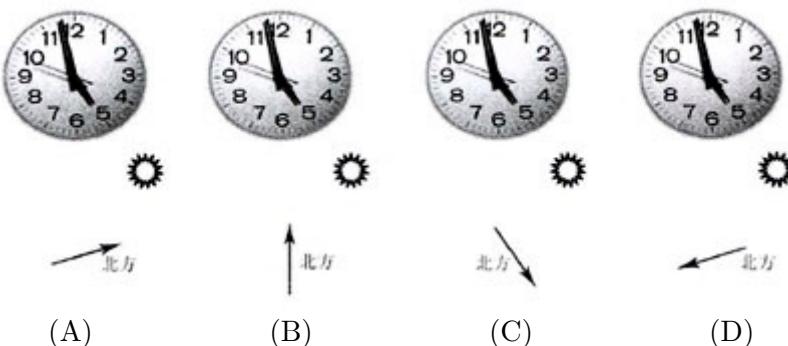
# 2007年全国中学生天文奥林匹克竞赛决赛暨厦门邀请赛试题

福建 厦门 2007年5月3日

说明：火星和地球的轨道可以被视为圆轨道，火星的轨道半径为1.52天文单位。

## I. 选择题

01. (低年组) 小明和几个朋友去郊游，结果不小心迷路了。眼看就到下午5点了，小明想起利用手表确定方向的办法，他把手表时针对准了太阳(如下图所示)，可是他们几个伙伴对北方在哪儿出现了分歧，请问下面所画的图中，哪一幅大致正确地指出了“北”的方向？( )



02. (低年组) 当太阳上有一个较大且寿命较长的黑子出现时，我们对该太阳黑子进行连续观测将会发现：( )

- (A) 黑子在太阳视圆面上的位置基本不变
- (B) 黑子在太阳视圆面上做半径不规则的圆周运动
- (C) 黑子在太阳视圆面上做半径规则不变的标准圆周运动
- (D) 黑子沿基本上是直线的轨迹从太阳视圆面的一侧边缘走到另一侧边缘

03. (低年组) 梅西叶天体M32位于( )座。

- (A) 飞马
- (B) 仙女
- (C) 仙后
- (D) 仙王

04. 以下哪两个星座是相临的？( )

- (A) 大熊座和小熊座
- (B) 狮子座和小狮座
- (C) 大犬座和小犬座
- (D) 南冕座和北冕座

05. 苏轼在《江城子·老夫聊发少年狂》中有一句千古佳句“西北望，射天狼。”如果完全从纯天文观测的角度出发，这个句子最可能应该改为( )。

- (A) 东北望，射天狼
- (B) 东南望，射天狼
- (C) 西北望，射天狼
- (D) 西北望，射天兔

06. 空间探测器在飞行时经常借行星的引力进行加速，已知土星公转的轨道速度约为10 km/s，假如一个探测器沿着与土星公转运动方向靠近土星，速度为10 km/s，土星的引力使得探测器先绕土星旋转，然后再向相反的方向“甩出”。当探测器远离土星后(土星对它的引力几乎为零时)，最终的速度大致是( )。(忽略其它星体的引力)

- (A) 10 km/s
- (B) 20 km/s
- (C) 30 km/s
- (D) 40 km/s

07. 夜晚我们看到的恒星有的偏蓝色, 有的偏红色, 有的偏黄色. 关于恒星所呈现的颜色下列说法正确的是: ( )  
(A)是由于大气色散的结果  
(B)是由于恒星距离远近不同造成的  
(C)是由于恒星的温度不同造成的  
(D)恒星看上去都一样, 不会有不同的颜色
08. 上个月天文学家宣布在( )座的一颗恒星附近发现了一颗可能适合人类居住的行星.  
(A)飞马 (B)天秤 (C)小熊 (D)英仙
09. 以下哪句话是正确的? ( )  
(A)天鹅座距离我们大约是3230光年  
(B)火流星出现时往往伴随隆隆的声音  
(C)多数火流星的出现伴随着流星体的碎裂  
(D)比金星的亮度亮的流星就是火流星
10. 假如今天晚上晴天, 在厦门观测, 以下哪个天体具有相对较长的可观测时间? ( )  
(A)金星 (B)大角(牧夫座 $\alpha$ ) (C)织女(天琴座 $\alpha$ ) (D)五车二(御夫座 $\alpha$ )
11. (高年组)以下哪个名称不属于中国传统星空中的四象? ( )  
(A)玄武 (B)朱雀 (C)白象 (D)苍龙
12. (高年组)某天, 厦门的观测者通过测量得到当时太阳的方位角(从南点起算)为90度, 地平高度为30度, 月亮的方位角为270度, 地平高度为60度. 那么当时他面向月亮时看到月亮的( )部分是亮的.  
(A)上面 (B)下面 (C)左面 (D)右面
13. (高年组)以下哪个单词是天鹅座的缩写? ( )  
(A) Cyg (B) Leo (C) Ori (D) Swc

## II. 简答题

14. (低年组) 2003年8月29日火星与地球的距离最近, 火星探测器勇气号于2003年6月11日发射, 并于2004年1月3日抵达火星.  
(A) 请画出地球和火星的轨道, 以及该探测器从地球飞往火星的轨迹(示意图).  
(B) 标出火星和地球在该探测器发射和抵达时的位置, 需给出中间的计算过程.
15. (低年组) 一个距离地球10光年的行星绕着一颗恒星旋转(轨道是圆形), 恒星的质量与太阳相当, 天文学家们测得这颗行星的公转速度为20 km/s, 并且行星的质量远远小于恒星质量. 在地球上观测, 该行星与恒星之间的最大张角为多少度?
16. 2005年6月28日, 天文学家在M51中发现了一颗超新星SN 2005cs, 它的爆发日期是儒略日JD2453549日. 随后天文学家们检测到了它的壳层膨胀过程, 观测数据列入下表中. 请根据

表中的数据估算M51的距离. 表中第一列表示观测时间(儒略日), 第二列表示壳层的膨胀速率(括号里的数值是误差), 第三列表示超新星的角直径.

$t$ (JD - 2540000)	$v_{\text{ph}}$ km s <sup>-1</sup>	$\theta$ (10 <sup>9</sup> km/Mpc)
3554.46	5550(300)	1.0042
3557.42	5050(300)	1.3997

- 17.** 假设观测者位于某球状星团的中心, 球状星团内恒星的空间分布是完全均匀的(可以认为各处恒星密度相同), 且恒星光度都一样. 请问若观测者的极限星等提高一等, 即原来能看到 $m$ 等的恒星, 现在能看到 $m + 1$ 等的恒星, 请估算现在看到恒星数目是原来的多少倍? (给出比值即可, 不必考虑星际消光)
- 18.** 列出你所知道的有关室女座的尽可能多的信息. 比如: 在天球中的位置, 有关的神话传说, 在某个特定日期升起和落下的大致时间, 该星座里著名的亮星和特殊天体, 尽可能多的相邻的星座名, 等等.
- 19. (高年组)** 未来的某一天, 人们发现了两个地外行星系统, 其中的行星和地球类似. 而恒星的质量分别为2倍太阳质量和0.5倍太阳质量.
- (1) 以地球上的生命演化历史为参照, 你认为这两个地外行星系统中, 哪一个更有可能演化出像人类这样的智慧生命? 为什么? (需要列出必要的公式, 用数值说明原因.)
- (2) 如果地球人要移民到这两个地外行星上, 问这两个系统中行星和恒星之间的距离大约为多少时, 行星的温度才最适合我们生存? 可用到的关系式: 恒星的光度和质量之间的关系为:  $L \propto M^{3.5}$ .
- 20. (高年组)** 假设地球与火星的公转轨道都是正圆, 当地球距离火星最近时,
- (1) 在地球上观测火星, 火星在24小时中相对于恒星背景的移动角度为多少, 方向应该是什么?
- (2) 如果在这个时候从火星上观测并发现了地球凌日的现象, 问地球凌日的最长时间不会超过多少(以小时为单位)?

# 2008年全国中学生天文奥林匹克竞赛决赛暨杭州邀请赛试题

浙江 杭州 2008年5月2日 08:30-11:30

## I. 选择题

01. (低年组)最早发明的天文望远镜是( )式望远镜.

- (A)折射 (B)反射 (C)折反射 (D)反折射

02. (低年组)本次邀请赛期间最活跃的流星群与( )彗星有关.

- (A)恩克 (B)哈雷 (C)55P (D)海尔-波普

03. (低年组)如果把地球的大小看成是一个篮球, 那月球的大小相当于一个( ).

- (A)小米粒 (B)乒乓球 (C)足球 (D)大教室

04. 光线从银河系的一端传到另外一端需要的时间大概是( )年.

- (A)不到5千 (B)10万 (C)200万 (D)超过1000万

05. 如果天荒坪最近几天都是晴天, 那理论上在以下哪个时间附近能够观测最多的流星( ).

- (A)5月4日22时 (B)5月5日4时 (C)5月5日22时 (D)5月6日4时

06. 中国今年最可能发射的人造天体的名称是( ).

- (A)嫦娥二号 (B)东方红三号 (C)风云四号 (D)神舟七号

07. 今年是望远镜发明( )周年.

- (A)125 (B)280 (C)400 (D)750

08. 以下哪些名称不位于月球朝向地球的这一面? ( )

- (A)祖冲之环形山 (B)第谷环形山 (C)雨海 (D)风暴洋

09. 以下有关小行星命名的说法哪句最为准确? ( )

- (A)小行星命名主要是发现者个人意愿的体现  
(B)小行星一般以发现者名字命名  
(C)不能以抽象的名词命名小行星  
(D)小行星命名是一项崇高的国际荣誉

10. 不借助望远镜, 理论上单凭肉眼目视观测看到的最远的天体或天文现象离我们的距离大概是( ).

- (A)不超过一百天文单位 (B)几千光年 (C)几千万光年 (D)几十亿光年

11. (高年组)北黄极附近的某恒星, 某日发现其和两月前相比相对于遥远恒星背景移动了0.04角秒. 那么它相对于我们的距离是( )秒差距.

- (A)12.5 (B)25 (C)50 (D)100

12. (高年组) 在杭州观测, 赤经3小时、赤纬15度的天体哪天半夜12点左右位于正南方向? ( )  
(A)2月5日 (B)5月5日 (C)8月5日 (D)11月5日

13. (高年组) 在杭州用小型望远镜观测以下哪个梅西叶天体时最有可能碰巧观测到同步卫星? ( )  
(A)M2 (B)M31 (C)M42 (D)M81

## II. 简答题

### 14. (低年组) 肉眼和望远镜

某人肉眼的瞳孔直径在黑暗时能放大到6毫米, 他使用一台口径10厘米的天文望远镜, 请问他用望远镜观测时的分辨率是肉眼的多少倍, 观测到的恒星比肉眼要暗多少倍?

### 15. (低年组) 卫星掩土星

一名人造天体观测者在北京某地(东经 $116^{\circ}0'0''$ , 北纬 $40^{\circ}0'0''$ )观测一次某卫星掩土星的天象. 当时, 土星位于南偏西 $30^{\circ}$ , 地平高度 $65^{\circ}$ . 观测的实际情况是, 该卫星从西北方低空出现, 逐渐升高并往西南高空的土星飞去, 可惜并未掩上土星, 而是从土星旁边飞过. 它离土星最近时正好也飞到最高处, 此时它的方位角为南偏西 $30^{\circ}$ , 地平高度 $66^{\circ}$ . 然后它逐渐下降, 消失在东南方低空. 根据预报, 最高点时该卫星到观测地的距离是400公里, 如果这个预报是正确的, 试问这次该观测者若想观测到该卫星掩上土星, 且保证移动的距离最短, 那么应往哪个方向移动多远? 请给出必要的计算步骤.

### 16. (低年组和高年组) 星座

列出你所知道的有关双子座的尽可能多的信息. 比如: 在天球中的位置, 有关神话传说, 星座大致的形状(画图), 在某个特定日期或者月份升起和落下的大致时间, 该星座著名的亮星和特殊天体, 尽可能多的相邻星座名称, 等等.

### 17. (低年组和高年组) 日食

以2008年日全食为例, 按发生时间的先后顺序详细描述日食整个过程中五个时期的名称、概念和位于日食带中心某观测地点看到的观测现象. 如果同时在月球表面也有观测者观测地球的话, 参照地球上观测月食过程的不同时期的名称和概念, 月面观测者在前述日食过程的五个时期的同时看到的应该是什么情况(名称和观测现象)?

### 18. (低年组和高年组) 流星雨

代号为XYZ的某流星群为反太阳源的一部分(辐射点位于黄道上, 与太阳的黄经差为 $180^{\circ}$ )某位同学在6月22日晚对其进行了目视观测.

观测地点坐标为东经 $112.5^{\circ}$ , 北纬 $23.5^{\circ}$ . 目视极限星等5.8. 在北京时间19:30至23:30期间观测到44颗流星, 记录如下:

北京时间	星等	群属	速度	北京时间	星等	群属	速度
19:47:15	4	群内	2	22:19:58	-2	偶发	4
20:15:18	2	偶发	1	22:27:10	3	群内	1
20:23:20	2	群内	2	22:27:53	5	群内	1
20:23:55	5	群内	2	22:28:41	4	群内	1
20:24:00	4	群内	3	22:28:50	5	群内	1

20:26:11	0	群内	2	22:29:17	4	群内	2
20:26:33	3	群内	1	22:29:30	0	偶发	5
20:27:23	5	群内	2	22:30:46	5	群内	1
20:27:39	-1	群内	1	22:30:57	5	群内	2
20:28:41	1	群内	1	22:31:09	4	群内	1
20:29:04	2	群内	2	22:31:28	3	群内	2
20:30:23	3	群内	2	22:31:40	4	偶发	5
20:30:54	4	群内	2	22:32:25	5	群内	2
20:31:39	5	群内	1	22:32:59	4	群内	1
20:32:10	2	群内	2	22:33:41	1	群内	2
20:36:01	5	群内	2	22:34:13	-2	群内	2
20:39:30	3	群内	1	22:34:48	0	群内	2
20:49:12	4	群内	2	22:35:28	4	群内	2
20:55:43	5	群内	2	22:36:39	3	群内	2
20:59:06	1	偶发	5	22:36:53	5	群内	2
21:17:35	2	群内	3	22:49:15	-3	偶发	4
22:15:41	5	群内	2	23:02:49	5	群内	2

请根据以上数据完成下面问题(低年组只需完成a, b, c; 高年组需完成a, b, c, d, e):

(a) 完成下面目视流星观测报表表格:

C	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	总	星等
XYZ													数目
偶发													

(b) 画出XYZ流星雨在本观测时段观测流量随时间变化的曲线(横坐标UTC, 纵坐标为流量).

(c) 从数据中我们可以推测出该流星群的极大时间大约发生在何时?

(d) 假设由于遮挡、视力等因素的影响, 该同学漏掉了40%的流星, 请计算ZHR值.

(e) 流星雨的 $r$ 值是指该流星雨的群内流星星等每暗一等, 流星数目增加的倍数, 这是衡量某个流星体群成员大小分布的重要参数. 请根据观测数据计算该流星雨的 $r$ 值.

## 19. (高年组) 双星

天文学家发现一颗恒星的亮度呈周期性(周期约为8天)的下降, 降幅最大为1.5%, 亮度下降持续约3.84小时后, 又恢复正常. 它的视向速度变化非常接近于正弦曲线, 变化幅度约为20 m/s. 天文学家据此推断这颗恒星有一颗小质量伴星,

(a) 求伴星的半径(以 $R_{\odot}$ 为单位);

(b) 求伴星的质量(以 $m_{\odot}$ 为单位).

天文学家已通过光谱观测得出主星的半径为 $1.2R_{\odot}$ . 提示: 可能用到的质光关系: 对于 $L < L_{\odot}$ 的恒星,  $L/L_{\odot} \approx (m/m_{\odot})^{2.8}$ ; 对于 $L > L_{\odot}$ 的恒星,  $L/L_{\odot} \approx (m/m_{\odot})^4$ . (应列出必要的计算式并画出示意图)

## 20. (高年组) 深度巡天

国际上有两个观测小组, 他们分别对不同的天区进行深度观测: 法国的CFHTLS-Deep 小组的主要科学目标是寻找超新星, 当观测完成时他们能在直径为1.16角秒的天区内, 探测相当于28.2等恒星的流量(28.2/1.16角秒); 美国国家天文台Deep Wide-Field Survey (NDWFS)巡天的主要目标是研究宇宙大尺度结构的形成演化, 他们的探测器能在直径为2 角秒的天区内, 探测到相当于26等恒星的流量(26.0等/2角秒). 通过计算说明哪个巡天的深度更深.

## 21.(高年组附加) 后羿射日

在中国古代的神话传说中, 有后羿射日的故事——那时天上有九个太阳, 由于地球上过于炎热, 后羿便射掉了其中的八个, 只留下一个. 现在我们假设这个神话故事是真的, 即当时天上真的有九个太阳, 且每颗太阳的一切的物理、化学性质(如质量、光度等等)都与现在我们头顶上的太阳完全相同. 当时的九个太阳都在距离现今的太阳很近的地方运动(你不必考虑它们之间复杂的运动关系及可能存在的物质交流, 只需建立一个这样的模型: 这九颗太阳紧密地分布在太阳系的中心). 那时地球的轨道为圆轨道, 且那时地球上一年的长度和现在是一样的. 太阳常量 $S$ , 可取 $1367 \text{ W/m}^2$ , 太阳质量 $1.99 \times 10^{30} \text{ kg}$ .

- (a) 如题干所说, 有九个太阳的时候, 地球上真的比现在要热吗? 通过计算证明你的观点是正确的;
- (b) 如果后羿在几秒内就一气射下了八颗太阳(这里的“射下一个太阳”应该理解为“在一瞬间让一个太阳连同它的物理化学性质等彻底的消失”, 而且我们做出假设, 如果射下若干个太阳, 那么余下的太阳仍旧集中在它们先前的位置附近), 那么, 天上确实是只有一颗太阳了. 请你通过计算以及必要的分析, 简要描述一下当时后羿这样做之后、以及几千年以后地球的气候将是什么样子.
- (c) 如题干, 倘若后羿当时几秒钟内一口气射掉了若干颗太阳:
  - (i) 讨论剩下的太阳的数量与射掉太阳之后地球上一年的长度的关系;
  - (ii)为了使地球上具有和今天相对接近的适合人类居住的温度, 他当时可以选择射下几颗太阳?

## 22. (高年组附加) 沙罗周期

古代的巴比伦人根据对日食的长期观测, 发现日月食的发生有一个223个朔望月的周期, 被称为“沙罗周期”. 经过一个沙罗周期之后, 太阳、月亮、地球的相对位置又回复到和原来几乎相同的位置上, 因此地球上就会看到和上次相类似的日、月食. 1991年7月11日是, 一次日全食发生于黄白交点附近, 地球上全食持续时间最长处的位置是北纬 $21^{\circ}59'N$ 、西经 $105^{\circ}13.0'$ , 当时食甚时刻为世界时 $19h06m04.7s$ , 此时太阳、月亮的赤经、赤纬分别为:  $07h22m12.8s$ 、 $22^{\circ}05'48.5''$ 和 $07h22m12.5s$ 、 $22^{\circ}05'33.3''$ . 请估算一个沙罗周期后发生日食时, 地球上食分最大处的地理经纬度和食甚的时刻, 分别给出世界时和当地地方时, 并指出可能的误差来源. 提示: 交点年(太阳从一个黄白交点经过到回到这个交点所需的时间)为346.62003天, 朔望月的长度平均 $29.530588$ 天, 黄白交角取为 $5^{\circ}09'$ .

### 23. (高年组附加) 飞行天文台

有人设想将中等口径的望远镜搭载在客机上，在高空对星体目标进行观测，从而降低大气对望远镜观测的影响。假设现在有一个足够大的客机，巡航速度最高为每小时800千米，上载一固定指向的望远镜，在赤道上空20千米对某恒星进行飞行观测。如果单纯靠飞机的巡航跟踪(水平飞行)，该恒星有可能实现保持于望远镜的视野中不动么？如果不能的话，至少要换到多少高的纬度才可以实现飞机对星体的巡航跟踪呢？(只考虑被观测的星体不靠近南北天极的情况)

# 2009年全国中学生天文奥林匹克竞赛决赛暨广州邀请赛试题

广东 广州 2009年4月3日

## I. 选择题

01. (低年组)某高校天文协会准备组织以用天文望远镜观测月球为主的路边天文活动. 比较合适的时间是在农历的( ).  
(A)新月 (B)上弦月 (C)满月 (D)下弦月
02. (低年组)以下哪两个星座是相邻的? ( )  
(A)猎户座和金牛座 (B)大熊座和仙后座  
(C)天鹰座和小熊座 (D)天琴座和仙后座
03. 以下哪位同学不是2008年第13届国际天文奥赛的获奖者?( )  
(A)宫郑 (B)马皓南 (C)郑宜婷 (D)罗连通
04. 未来几个月里我们最先可以看到的流星雨是( )座流星雨.  
(A)象限仪 (B)猎户 (C)天琴 (D)英仙
05. 我们最不可能在以下哪个星座中观测到月球? ( )  
(A)金牛座 (B)猎户座 (C)双鱼座 (D)大熊座
06. 本周夜间观测看不到的行星是( ).  
(A)水星 (B)火星 (C)木星 (D)土星
07. 以下有关流星雨的论断哪个最不正确?( )  
(A)同一个流星雨在每年差不多相同的日期都会发生  
(B)几乎每天都有处于活跃期当中的流星雨  
(C)夏天和冬天出现的偶发流星数目差不多  
(D)一般来说在同一个地点单位时间里在黎明之前看到的偶发流星比天刚黑不久看到的要多
08. 秋分时, 位于南纬45度某地当地时间下午3时太阳的方位是( ).  
(A)东南 (B)西南 (C)西北 (D)东北
09. 以下人名中以天体摄影方面最为著名的大师级人物是( ).  
(A)小龙哈勃 (B)藤井旭 (C)加贺谷穰 (D)麦克诺特
10. 日全食时, 造成月影在地面移动的主要原因是( ).  
(A)地球自转 (B)地球公转 (C)月球自转 (D)月球公转
11. (高年组)在以下哪个月份在北京能观测到天狼星在黎明前升出地平? ( ).  
(A) 1月 (B) 4月 (C) 7月 (D) 10月

12. (高年组) 在今年发生日全食的区域, 我国境内的经度相同而纬度相差1度的两个观测点的距离大概是( )千米.  
(A) 不到30 (B) 100 (C) 500 (D) 至少1000

## II. 简答题

### 13. (低年组) 星座

列出你所知道的有关天鹅座的尽可能多的信息. 比如: 在天球中的位置, 有关的神话传说, 星座大致的形状(画图), 在某个特定日期或者月份升起和落下的大致时间, 该星座里著名的亮星和特殊天体, 尽可能多的相邻的星座名称, 等等.

### 14. (低年组) 时间

写出你知道的尽可能多的古代和近代测量时间的方法.

### 15. (低年组) 火星日食

从地球上看, 太阳和我们的月亮看上去恰好差不多大, 这样才能形成恰到好处的日全食. 而在其他行星上可能就没这么幸运了. 以火星为例, 火星有两颗卫星, 火卫一可视为半径11.3千米的球体, 其轨道可视为半径9380千米的圆轨道; 火卫二可视为半径6.3千米的球体, 轨道可视为半径23460千米的圆轨道. 已知火星半径为3400千米, 试问如果有一位宇航员在火星上观测日食, 他能观测到的日食其食分大约为多少?

### 16. (低年组和高年组) 小说

请阅读下面一部经典的小说中的关于星辰的描述, 回答后面的问题.

“天色黑下来了. 穿过桦树枝的空隙可以看见银光灿烂的金星在西方闪耀着温柔的光辉; 而阴沉的大角星在东方发出红色的光芒, 列文望见头上的北斗星, 但接着又找不着了. 山鹬不再飞了, 不过列文还是决定再等一会儿, 等金星从桦树枝下升到树梢上空, 北斗星全部出现, 斗和斗柄在苍茫的天空中已经十分清楚了, 可是他还在等待.”

- (1) 上文中有天文错误, 请指出并说明原因.
- (2) 请根据原文的叙述, 判断事件发生的大概地理纬度并说明原因.
- (3) 请根据叙述, 判断事件发生的大概日期和时间. (不必估计年份)
- (4) 这样的景象, 可能在你参加理论考试的地方和时间看到吗? 为什么? 请分别就地点和时间加以说明.

### 17. (低年组和高年组) 日月食

分别定性说明以下各情况对地面所观测到的日月食的发生频率的影响: 地球自转轴方向的变化; 月球自转轴方向的变化; 月球公转平面相对于地球自转平面的变化; 地月距离增加一倍; 日地距离减少一半.

### 18. (高年组) 类地行星

2009年3月6日发射的“开普勒”空间望远镜将对10万颗恒星进行为期3.5年的不间断观测, 并且通过观测行星凌星来寻找太阳系外的类地行星. 问题:

- (1) 请简述利用行星凌星方法寻找太阳系外“地球”的原理. 尽可能多地列出你所知道的其他可以用来寻找系外行星的方法. .
- (2) “开普勒”对于12等恒星的测光精度为 $1/50000$ , 若对于一颗亮度为12等的类太阳恒星, “开普勒”所能探测的其周围行星的最小半径是多少?
- (3) 对于(2)中的行星系统, 若这颗行星距离其恒星的距离正好为1个天文单位, 且以圆轨道绕恒星转动, 那么凌星现象最长可持续多少时间?

## 19. (高年组)太阳视运动

如果我们把照相机对准选定的方向固定好, 在一年中选取若干天(例如每个周一), 在这些天的同一时刻(例如上午9点)拍摄太阳, 并且所有拍摄都在同一张底片上曝光, 那么经过一年之后, 就会发现所获得的太阳像组成了一个8字形. 这是由于我们平时使用的平太阳时与真太阳时的差别(即“时差”)所造成的.

一个位于北半球东经100度某处的观测者, 在海拔为1000米的山上(与照片中山峰的高度相同)拍摄太阳8字, 获得如下照片.

- (1) 在图中画出“8”字的中轴线(即0时差线), 它与地平线的夹角是多少度?
- (2) 估算作者是在每天的什么时间进行拍摄(换算成北京时间)? 拍摄地的地理纬度是多少?  
需要给出必要的图示和计算公式.

**提示:** 可能用到的球面三角公式: 在球面三角形ABC中,  $\cos A = -\cos B \times \cos C + \sin B \times \sin C \times \cos a$ ,  $\cos a = \cos b \times \cos c + \sin b \times \sin c \times \cos A$ , 其中A、B、C为三个角, a, b, c表示相应的边.

## 20. (高年组)分辨率

一位观测者使用一架口径20 cm, 焦距2 m的望远镜拍摄月球, 拍摄设备为一台数码单反相机, 其用于成像的图像传感器尺寸为 $22.3 \text{ mm} \times 14.9 \text{ mm}$ , 其有效像素为1510万..

- (1) 若这架望远镜的制造工艺极佳, 光学质量极好, 几乎可以达到理论的极限分辨率, 请通过计算说明, 用这台数码单反相机作为拍摄设备是会浪费该望远镜的分辨率呢还是浪费该数码相机的像素?
- (2) 任意给定一台口径 $D(\text{mm})$ , 焦距 $f(\text{mm})$ 的望远镜, 假设该望远镜的分辨率几乎可以达到理论的极限分辨率, 问后端的拍摄设备的像素密度应满足什么条件才能最适合该望远镜的分辨率?

# 2010年全国中学生天文奥林匹克竞赛决赛暨固原邀请赛试题

宁夏 固原 2010年5月20日

## I. 选择题

1. (低年组)有多少个梅西耶天体?  
(A) 110 (B) 120 (C) 130 (D) 150
2. (低年组)金星离太阳的最大角距离大约为:  
(A) 10度 (B) 30度 (C) 50度 (D) 70度
3. (低年组)在固原观测, 当满月正好位于天顶时, 可能发生什么天象? 固原的经度为 $106^{\circ}17'$ , 纬度为北纬 $36^{\circ}11'$ .  
(A)月掩星 (B)月偏食 (C)国际空间站凌月 (D)这种情况不可能发生
4. 我国刚建成的郭守敬望远镜(LAMOST)有效口径4米, 焦距20米, 它的焦平面上分布着4000根光纤, 用来收集汇聚到焦面的星光. 每根光纤的直径为 $320 \mu\text{m}$ , 则每根光纤所对应的天区的大小(角直径)为:  
(A) 0.03角秒 (B) 0.3角秒 (C) 3.3角秒 (D) 33角秒
5. 夏至日凌晨1点(北京时间)在固原观测, 看到木星和土星靠得较近, 它们的连线之间有一颗恒星恰于此时上中天(过子午圈), 这颗恒星此时的地平高度大约为多少度?  
(A) 30 (B) 60 (C) 77 (D)无法确定
6. 杜甫诗句“四更山吐月, 残夜月明楼”, 最可能描述的是农历哪天的景象?  
(A)初一 (B)初七 (C)十五 (D)二十二
7. 下面这张照片中月亮左上角的亮点不可能是:  
(A)流星 (B)国际空间站 (C)木星 (D)织女星



8. 在南半球某地(东经30度, 南纬30度)当地时间中午12点, 面向太阳站立, 太阳将向哪个方向运动?  
(A)上 (B)下 (C)左 (D)右

9. 天琴座流星雨的辐射点离下列哪个星座最近?  
 (A)武仙座 (B)大熊座 (C)双子座 (D)南十字座
10. 在固原观测, 以下什么时间能看到和今晚11点大致相同的星空(不考虑日月及行星)?  
 (A)4月20号晚9点 (B)4月20号晚10点 (C)6月20号晚9点 (D)6月20号晚10点
11. (高年组)在良好的观测条件下, 某绝对星等 $M = 0$ 等的恒星刚好能被地球上视力正常的人看到. 已知观测到的该恒星光谱线红移了0.01%. 假设今后的2000万年里该恒星的红移保持不变, 又恰好能被那时地球上的智慧生物看到(它们的瞳孔已经由今天的6 mm变化为5 mm), 问那时该恒星的光度大约为现在的多少倍?  
 (A) 0.33倍 (B) 1倍(没变化) (C) 33倍 (D) 4783倍
12. (高年组)在地面观测河外星系, 在哪个方向最不容易发现目标?  
 (A)玉夫座 (B)人马座 (C)后发座 (D)仙女座
13. (高年组)下列哪个流星雨的源头可能不是彗星?  
 (A)象限仪座流星雨 (B)英仙座流星雨 (C)双子座流星雨 (D)猎户座流星雨

## II. 计算和简答题

### 14. (低年组) 测太阳知位置

5月19日, 在船上用六分仪测得太阳上中天的时间是 $5^{\text{h}}47^{\text{m}}$ , 这是船上的一只格林尼治恒星时钟显示的时间, 同时测得太阳上中天时的天顶距为 $16^{\circ}25'$ . 按照航海天文历书, 查得在这一天, 这一时刻, 太阳的坐标为赤经 $\alpha = 3^{\text{h}}45^{\text{m}}$ , 赤纬 $\delta = 19^{\circ}49'$ . 试确定这艘船所在处的经度和纬度.

### 15. (低年组) 月牙的争论

在上个月世界天文爱好者网聚时, 有几个爱好者对于看到的月牙产生了争论, 请你分别判断弗兰克, 杰弗逊和詹姆斯的观点是否正确并解释原因.

2010年天文爱好者网聚热闹非常. 只有8岁的弗兰克刚刚跟父母旅行回来, 特别兴奋地告诉大家他有一天晚上7点钟左右看到初三的月牙像左括号一样挂在东方天空. 杰弗逊马上发表了自己的不同意见, 他认为晚上7点左右, 初三的月牙应该出现在西方天空, 而且绝不可能像左括号一样, 因为新月过后的月牙都像右括号. 而詹姆斯对他们两个的说法都不同意, 说他看到的月牙像小船一样, 是两个尖角朝上出现在天空的.

### 16. (低年组和高年组) 星座

列出你所知道的有关牧夫座的尽可能多的信息. 比如: 在天球中的位置, 有关的神话传说, 星座大致的形状(画图), 在某个特定日期或者月份升起和落下的大致时间, 该星座里著名的亮星和特殊天体, 尽可能多的相邻的星座名称, 等等.

### 17. (低年组和高年组) 木星探测器

春分日晚上, 在固原观测到金星正位于东大距点. 此时, 一个着陆探测器从金星上发射, 飞向木星, 它的轨道与金星, 木星的公转轨道都相切. 探测器发射后, 只在太阳的引力下做绕日运动. 已知金星与木星的轨道半径分别为0.723, 5.2天文单位. 求:

- (1) 探测器从发射到登陆木星最少需要多长时间? 需要画出必要的图示.  
 (2) 这个春分日的晚上在固原观测, 木星附近最亮的恒星是哪颗?

- (3) 发射探测器时, 金星上某地的观测者看到木星正在落山, 估算此时这个观测者的地方时. 以“金星时”为单位, 并假设1金星日等于24金星时.

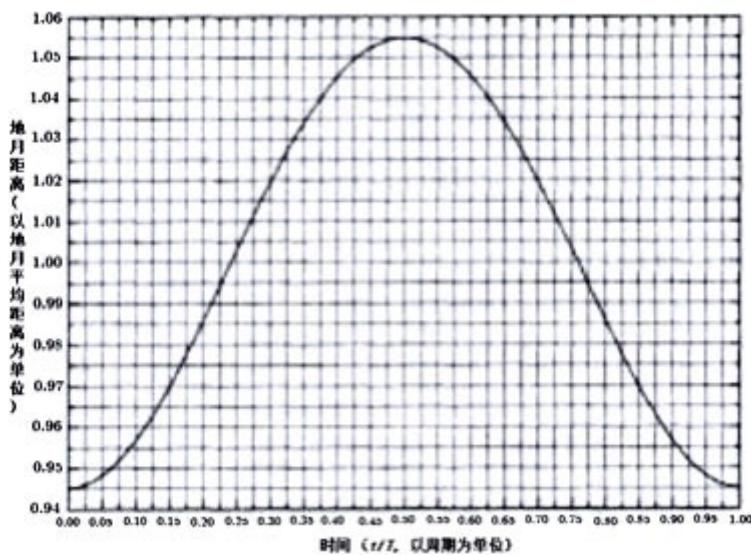
### 18. (高年组) 日食

已知在地球上观测, 日全食的最长持续时间约为7.5分钟(从凌始内切到凌终内切的时间). 假设地球公转轨道是正圆, 月球公转轨道的偏心率为0.0549.

- (1) 下图是在一个月球公转周期内, 地月距离随时间的变化情况. 根据所给图, 表, 求日环食的最长持续时间.  
 (2) 发生最长的日环食和最长的日全食时, 从初亏到复圆的整个过程, 二者的持续时间之比为多少?

1801-2000年日食统计表

类型	缩写	次数
日食总数	-	470
日偏食	P	165
日环食和全环食	A	171
日全食	T	134



### 19. (高年组) 陨石的速度

偶发流星是地球在绕太阳系公转的过程中, 与自由运行的流星体相遇而产生的大气现象, 其中体积较大的流星体会有燃烧的剩余物落到地面上, 形成陨石.

请估计陨石(或流星体)进入地球大气层时(相对于大气层或地面)的速度的取值范围为多少km/s? 忽略地球自转速度.

# 2011年全国中学生天文奥林匹克竞赛决赛试题

中国 北京 2011年5月1日

行星数据表

天体	赤道半径 (km)	赤道重力 (地球= 1)	体积 (地球= 1)	质量 (地球= 1)	密度 g/cm <sup>3</sup>	轨道半径 (AU)	轨道倾角 (度)	赤道倾角 (度)
太阳	696000	28.01	1304000	333400	1.44	-	-	7.25
月球	1737	0.17	0.0204	0.0123	3.33			
水星	2440	0.38	0.056	0.055	5.43	0.3871	7.005	0
金星	6052	0.91	0.857	0.815	5.24	0.7233	3.395	177.4
地球	6378	1	1	1	5.52	1	0	23.44
火星	3397	0.38	0.151	0.107	3.93	1.5237	1.85	25.19
木星	71492	2.48	1321	317.832	1.33	5.2026	1.303	3.08
土星	60268	0.94	755	95.16	0.69	9.5549	2.489	26.7
天王星	25559	0.89	63	14.54	1.27	19.2184	0.773	97.9
海王星	24764	1.11	58	17.15	1.64	30.1104	1.77	27.8

## I. 选择题

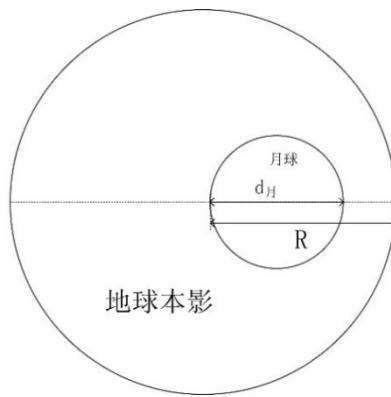
1. (低年组) ( ) 下列哪个流星雨的源头可能不是彗星?  
(A) 象限仪座流星雨 (B) 英仙座流星雨  
(C) 双子座流星雨 (D) 猎户座流星雨
2. (低年组) ( ) 海王星最初是在哪个星座发现的?  
(A) 宝瓶座 (B) 室女座 (C) 摩羯座 (D) 狮子座
3. (低年组) ( ) 南、北银极在什么星座(或哪两个星座方向最适合观测河外星系)?  
(A) 玉夫座、后发座 (B) 天炉座、后发座  
(C) 玉夫座、室女座 (D) 凤凰座、室女座
4. ( ) 下列星系中离银河系最近的河外星系是?  
(A) 仙女座大星系 (B) 大麦云 (C) 小麦云 (D) 大犬座不规则星系
5. ( ) 每年三月下旬左右爱好者都会尝试“梅西叶马拉松”观测. 下列梅西叶天体中,一般作为马拉松观测起始的目标是哪个?  
(A) M45 (B) M60 (C) M1 (D) M73
6. ( ) 木卫一距木星的平均距离为  $4.22 \times 10^5$  km, 它绕木星的公转周期为 1.77 天, 估计木星的质量(以地球质量为单位).  
(A) 120 (B) 230 (C) 320 (D) 480
7. ( ) 太阳系内最大的天然卫星是?  
(A) 木卫三 (B) 海卫二 (C) 月球 (D) 土卫六

8. ( )两颗星有同样的绝对星等,但一颗星比另一颗的距离远1000倍,它们的视星等差是多少?  
 (A) 15 (B) 999 (C) 6.5 (D) 30.6
9. ( )我们的太阳是一颗什么样的恒星?  
 (A) 红巨星 (B) 主序星 (C) 白矮星 (D) 黄巨星
10. ( )哪一颗天体不是矮行星?  
 (A) 谷神星 (B) 冥王星 (C) 阅神星(Eris) (D) 1992QB1
11. (高年组)( )外行星从合日到冲的亮度变化为0.85个星等. 估计合日到冲经过多少天? 行星轨道可以视为圆形且位于黄道面.  
 (A) 200天 (B) 100天 (C) 248天 (D) 387天
12. (高年组)( )一年中地球上可能发生8次日月食吗?  
 (A) 完全不可能 (B) 在地球上的某些特殊地方可能  
 (C) 在某些特别年份可能 (D) 在特别年份地球上某些特殊地方可能
13. (高年组)( )氢分子的平均速度可以用公式  $v = 485\sqrt{\frac{14.4T}{273}}$  m/s 计算,其中  $T$  为绝对温度. 估计在月球正午时(温度取为120摄氏度), 是否会有大量氢分子飞离月球?  
 (A) 完全没有 (B) 仅有少量  
 (C) 确实有大量 (D) 还需要知道其他数据才能确定答案

## II. 简答题

### 14. (低年组) 月食的食分

月食的食分是体现月面进入地球本影程度的量, 具体计算方法如图(图为月食食甚时的示意图). 假定月面和地球本影都是正圆, 那么定义月食食分为  $R$  与月面直径  $d_M$  的比值, 其中  $R$  为月面与地球本影两圆心连线上, 经过月面边缘、地影边缘的最小距离. 月球绕地球的公转轨道为椭圆, 两者距离变化范围为  $360000\sim400000$  km. 求月全食食分的理论最大值.(日地距离取  $1.5 \times 10^8$  km)



### 15. (高低年组共用) 兴隆观测

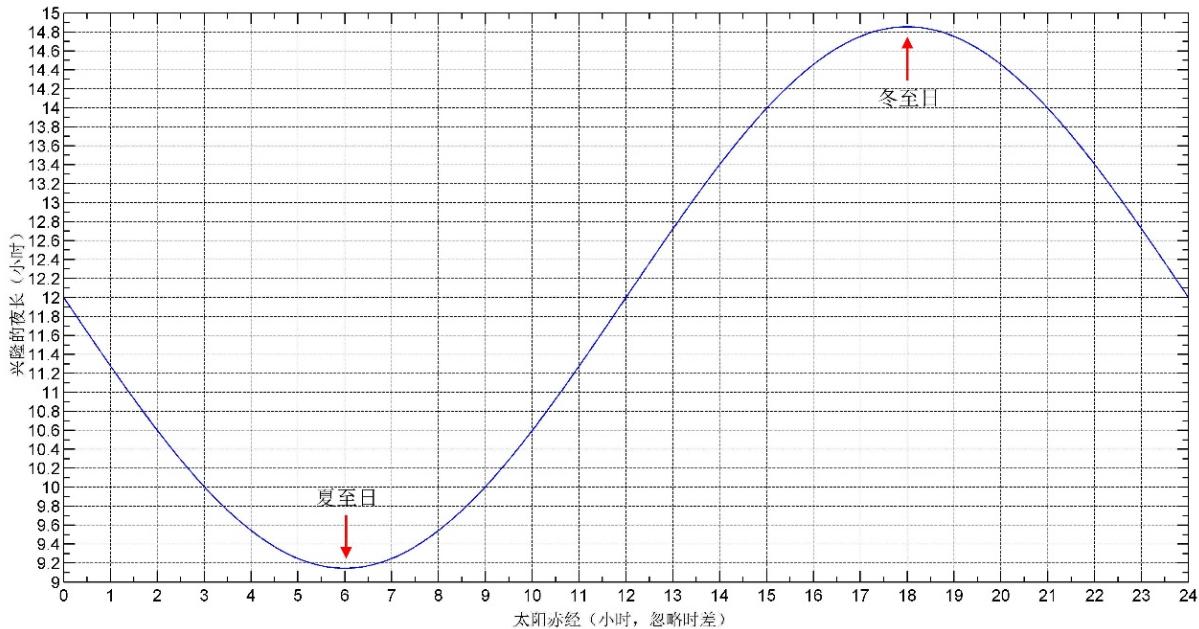
时角(记为  $t$ )是指过北天极、天体、南天极的大圆与子午圈(即过北天极、天顶、南天极的大圆)的夹角, 通常以  $0h\sim\pm12h$  来计量, 向东为负, 向西为正. 天体的赤经( $\alpha$ )、时角( $t$ )与当时的地方恒星时( $S$ )满足以下关系:

$$S = \alpha + t$$

假设我们在兴隆观测站观测天体A( $\alpha = 18h, \delta = +23^{\circ}30'$ )和天体B( $\alpha = 05h, \delta = -23^{\circ}30'$ ),请问:

- (1) 估算在一年里的哪一天, 天体B会在当地时间子夜上中天?  
 (2) (仅低年组)下图是兴隆在一年中黑夜长度的示意图(忽略了时差效应). 如果我们想在太阳落山后半小时进行观测, 估计在一年中的哪段时间里, 在观测时刻能够看到A和B都位于地平线以上? 给出大致的日期范围.

(仅高年组)下图是兴隆在一年中黑夜长度的示意图(忽略了时差效应). 假如太阳落山后半小时至升起前半小时我们都能进行观测, 估计在一年的哪段时间可以在晚上观测到A和B同时位于地平线以上? 给出大致的日期范围.



## 16. (高低年组共用) 星座

列出你所知道的有关武仙座的尽可能多的信息. 比如: 在天球中的位置, 有关的神话传说, 星座大致的形状(画图), 在某个特定日期或者月份升起和落下的大致时间, 该星座里著名的亮星和特殊天体, 尽可能多的相邻的星座名称, 等等.

## 17. (高低年组共用) 小行星的有效直径

小行星等天体的反照率可以简单地理解为它反射的光流量( $F_1$ )与接收到的入射光流量( $F_2$ )之比:  $p = F_1/F_2$ ,  $F$ 的单位为J/s. 对小行星这样的太阳系内天体, 天文学家定义其绝对星等(记作 $H$ )为: 距离小行星1 AU处的观测者, 观测到小行星在距离太阳1 AU时的视星等(假设观测者正对着反光面).

我们知道小行星接收到的太阳辐射流量正比于它的(垂直于辐射方向的)截面积. 天文研究中常常先假定所研究的小行星是球形, 然后可以根据 $p$ 和 $H$ 求出它的直径 $D$ ,  $D$ 称为小行星的“有效直径”. 推导求 $D$ 的公式,  $D$ 以km为单位.

小行星2009 WZ104是一颗可能对地球造成威胁的近地小行星, 天文学家测得它的绝对星等 $H = 20.52$ 等, 反照率可能在 $0.16 \sim 0.21$ 之间, 密度为 $2.7 \text{ g/cm}^3$ . 如果它撞上地球, 所释放的能量至少相当于发生多少次9级地震? 已知9级地震释放的能量约为:  $1.0 \times 10^{17} \text{ J}$ .

## 18. (高年组) 类地行星

截止到2011年2月1日, 根据“凌星法”搜寻类地行星的“开普勒”空间望远镜已经搜索了153196颗类太阳恒星, 发现了千余颗系外行星. 根据这些观测数据, 我们可以总结出关于系外行星的以下统计规律:

(A) 半径大于 $r$ 的行星在所有 $0.5R_{\text{地球}} \leq r \leq 4R_{\text{地球}}$ 的行星中所占的比例为:

$$P(R_{\text{行星}} > r) = (r/0.5) - 1.45, \text{ 当 } 0.5R_{\text{地球}} \leq r \leq 4R_{\text{地球}} \text{ 时成立}$$

(B) 约化轨道半长径大于 $s$ 的行星在所有 $0.2 \text{ AU} \leq s \leq 1.5 \text{ AU}$ 的行星中所占的比例为:

$$P(s_{\text{行星}} > s) = (s/0.2) - 2.16, \text{ 当 } 0.2 \text{ AU} \leq s \leq 1.5 \text{ AU} \text{ 时成立}$$

其中,  $s = \frac{a}{\sqrt{L}}$  称为“约化半长径” (scaled semimajor axis), 其单位为AU, 这里的 $a$ 为行星公转轨道的半长径(以AU为单位),  $L$ 为母恒星的光度(以太阳光度为单位).

观测表明, 这153196颗类太阳恒星周围的行星中, 存在凌星现象(因而能被“开普勒”发现)并且满足 $2R_{\text{地球}} \leq r \leq 4R_{\text{地球}}$ 且 $0.2 \text{ AU} \leq s \leq 0.5 \text{ AU}$ 的行星, 共有94颗.

如果我们对类地行星做如下定义:

(A) 行星半径满足 $0.8R_{\text{地球}} \leq r \leq 2R_{\text{地球}}$

(B) 行星位于恒星的可居住带内, 可居住带的定义为:  $0.95 \text{ AU} \leq s \leq 1.37 \text{ AU}$ .

请根据以上信息计算:

(1) 从理论上看, 这153196颗类太阳恒星周围的行星中, 可能被“开普勒”找到的类地行星大约有多少颗?

(2) 这153196颗类太阳恒星周围的行星中, 总共应该有多少颗类地行星? 假设恒星-行星系统的轨道平面与“开普勒”的视线方向的夹角 $i$ 是随机分布的.

(3) 在银河系中, 像太阳这样的恒星周围存在着和地球一样宜居的行星的概率大概为多少?

# 2012年全国中学生天文奥林匹克竞赛决赛试题

新疆 乌鲁木齐 2012年4月29日

## I. 选择题

1. ( ) (仅低年组) 昨天的月相大概是:  
(A)新月 (B)上弦 (C)满月 (D)下弦
2. ( ) (仅低年组) 下述时刻中可以观测到金星凌日的, 是北京时间2012年6月6日的:  
(A)凌晨3点 (B)上午9点 (C)下午3点 (D)晚上9点
3. ( ) 今天夜里如果天晴的话肉眼可以看到的以下恒星中最亮的应该是:  
(A)牛郎星 (B)织女星 (C)北河三 (D)北极星
4. ( ) 在四天前刚刚合月的行星是:  
(A)金星 (B)火星 (C)木星 (D)土星
5. ( ) 以下哪个星座不是黄道星座:  
(A)鲸鱼座 (B)人马座 (C)室女座 (D)蛇夫座
6. ( ) 农历下弦月的时候夜里在北京观测月亮, 合适的时间和月亮所在的大致方位是:  
(A)傍晚的时候在东边 (B)傍晚的时候在西边  
(C)凌晨的时候在东边 (D)凌晨的时候在西边
7. ( ) 以下星座中距离银道面最远的是:  
(A)后发座 (B)双子座 (C)天蝎座 (D)天鹰座
8. ( ) 2012年国际天文学与天体物理学奥林匹克竞赛(IOAA)的举办国是:  
(A)巴西 (B)韩国 (C)美国 (D)中国
9. ( ) 长期在北极点观察月球, 它的升落情况大致是:  
(A)基本上每天都有升落  
(B)在将近半个月内连续可见, 然后约半个月时间不可见  
(C)在半年内连续可见, 然后半年时间不可见  
(D)基本上全年可见
10. ( ) 满月时用双筒望远镜观测月面, 最明显、辐射纹最长的环形山是哪个?  
(A)第谷 (B)哥白尼 (C)希克苏鲁伯 (D)雨果
11. ( ) (仅高年组) 获得2011年诺贝尔物理学奖的科学成就是:  
(A)发明了半导体成像器件——电荷耦合器件(CCD)图像传感器  
(B)发现了宇宙微波背景辐射的黑体形式和各向异性  
(C)通过观测遥远超新星发现宇宙的加速膨胀  
(D)在“探测宇宙中微子”和“宇宙X射线源”方面的成就

12. ( ) (仅高年组) 2011年中国科学院院士评选中天文领域新当选的院士是：  
(A) 陆琰 (B) 武向平 (C) 严纯华 (D) 朱宗宏

## II. 简答题

### 13. (低年组) 星座

列出你所知道的有关大熊座的尽可能多的信息. 比如: 在天球中的位置, 有关的神话传说, 星座的大致形状(画图), 在某个特定日期或者月份升起和落下的大致时间, 该星座里著名的亮星和特殊天体, 尽可能多的相邻的星座名称, 等等.

### 14. (低年组) 星野照片



这张照片拍摄于2011年12月22日的欧洲南方天文台, 该台址位于南半球国家智利的阿塔卡玛沙漠, 海拔2600多米, 大气视宁度可达 $0.5''$ , 是世界上最好的观测台址之一.

- (1) 写出图中明亮彗星的名称.
- (2) 左下方的月亮已经过曝了. 如果不过曝的话, 照片中的月亮应该是什么样子? 在答卷上画出来. 这张照片拍摄于黄昏后还是黎明前?
- (3) 右侧是甚大望远镜(VLT)中的一个, 它的口径为8.2米, 在可见光波段观测(中心波长为550纳米), 理论上它的分辨率为多少角秒?
- (4) 欧洲还计划在这里建设口径42米拼接镜面的极大望远镜(E-ELT), 它在可见光波段的分辨本领是单个VLT的多少倍?
- (5) 从望远镜观测室射出的这道光有什么用途?

### 15. (低年组和高年组) 星等

某中学有一台口径60厘米的天文望远镜, 如果用它来观测冥王星轨道附近的柯伊伯带天体, 并认为这些天体大致呈球状, 且反照率和冥王星接近, 那么理论上这台望远镜能看到的冥王星轨道附近的最小天体的直径为多少? 已知冥王星直径为2300千米, 视星等约为14等.

### 16. (低年组和高年组) 乌鲁木齐的星空

“岁差”是指地球自转轴绕着一条通过地球中心并且垂直于黄道面的轴线进行缓慢绕行的现象, 周期约为26000年, 由日月行星对地球赤道隆起部分的吸引力所造成. 它的结果是使得多年以后, 我们在地球上同一地点看到的星空发生变化. 已知地球自转轴绕行轨迹(呈圆锥形)的锥角为 $47^\circ$ , 圆锥的轴线指向南北黄极. 乌鲁木齐的地理纬度为 $43.8^\circ\text{N}$ , 天狼星和老人星现在的赤经、赤纬分别为: 天狼星:  $6h45m, -16^\circ43'$ ; 老人星:  $6h24m, -52^\circ42'$ . 求:

- (1) 计算回答, 为什么2012年在乌鲁木齐可能看到天狼星而不可能看到老人星?
- (2) 计算北京时间2012年4月29日, 在乌鲁木齐看到天狼星上中天的时间(北京时间), 以及这时天狼星的地平高度.
- (3) (仅高年组)画图并估算, 在乌鲁木齐观测, 天狼星是否可能成为永不上升的天体? 老人星是否可能升到地平线以上? 不考虑恒星的自行.

### 17. (高年组) 金星

2012年年中将发生两次重要天象: 5月的日环食和6月的金星凌日. 假设地球、金星的公转轨道都为圆形. 已知金星的公转周期为224.7天, 轨道半径为0.723天文单位.

- (1) 本次日环食时, 金星位于太阳以西还是以东?
- (2) 日环食时, 金星与太阳的角距离大约为多少度? 需要列出计算过程, 并画图说明你的结果, 图中应包括地球和金星的公转轨道以及必要的数值.
- (3) 从亮度上估计, 用普通相机能否同时拍摄下金星和环食时的太阳?
- (4) 如果本次发生的是日全食, 用一个焦距在40~150 mm的镜头拍摄金星和全食的太阳, 相机的CMOS尺寸为 $17.3 \times 13$  mm, 焦距范围应选为多少?

### 18. (高年组) 北极圈日出

在北极圈上( $66.5^{\circ}\text{N}$ ), 每天的日出或日落都发生在同一恒星时时刻. 忽略大气折射.

- (1) 画图说明这一事实(不要用球面三角计算), 并求出这个恒星时 $S_0$ .
- (2) 通过计算说明, 当恒星时为 $S_0$ 时, 一年中的哪段时间发生的是日出? 哪段时间发生的是日落?
- (3) 在哪一天, 日出、日落的恒星时都为 $S_0$ ?

# 2013年全国中学生天文奥林匹克竞赛决赛试题

云南 昆明 2013年4月29日

## I. 选择题

1. ( ) (仅低年组)“新月抱旧月”对应的是哪一种天文现象?  
(A) 地球照 (B) 对日照 (C) 黄道光 (D) 半影月食
2. ( ) (仅低年组)太阳的光谱型是:  
(A) G2 (B) F8 (C) K5 (D) M10
3. ( ) (仅低年组)金星西大距时, 落入地平线的时刻大约是  
(A) 上午 (B) 下午 (C) 前半夜 (D) 后半夜
4. ( ) 以下关于2012年三项国际天文奥赛说法正确的是:  
(A) 有史以来中国队获得金牌数最多的一次  
(B) 举办地全部位于北半球  
(C) 首次中国队所有18位参赛选手均获得奖牌  
(D) 举办国都是首次举办国际或地区性天文奥赛
5. ( ) 2013年4月4日前后, 彗星C/2011 L4 (Pan-STARRS)与下列哪个著名梅西叶天体视位置很近.  
(A) M1 (B) M13 (C) M31 (D) M42
6. ( ) 使用目前常见的中低端数码单反相机拍摄大尺度银河和周边星空及地景的照片, 下列焦距镜头中最合适的是  
(A) 14 mm (B) 50 mm (C) 135 mm (D) 200 mm
7. ( ) 下列四句话中最正确的描述是.  
(A) 绕同一颗恒星公转的所有行星, 公转方向一定相同.  
(B) 通过美国宇航局钱德拉X射线天文台的数据发现的可能是银河系中最年轻的黑洞的年龄是大约3000年.  
(C) 最近精确测定的大麦哲伦星系到我们的距离为约175万光年.  
(D) 最新的研究表明, 木卫二封冻层之下巨大液态海洋中的盐水无法流到它的表面.
8. ( ) 如果恒星月的长度变为现在值的2倍, 那么朔望月的长度将变为多少?  
(A) 59.06天 (B) 65.38天 (C) 56.85天 (D) 68.35天
9. ( ) 国际空间站绕地球一周大约需要:  
(A) 0.5小时 (B) 1.5小时 (C) 12小时 (D) 24小时
10. ( ) 农历中的闰月是没有什么的月?  
(A) 节气 (B) 中气 (C) 满月 (D) 新月

11. ( ) (仅高年组) 下列天象接下来在我国境内最先可能观测到的是  
(A) 日全食 (B) 日环食 (c) 水星凌日 (D) 月全食

12. ( ) (仅高年组) 关于彗尾的描述错误的是:  
(A) 尘埃尾一般是弯曲或扇形的.  
(B) 气体尾一般是直的.  
(C) 气体尾是与太阳反方向的.  
(D) 同一颗彗星不可能同时具有气体尾和尘埃尾.

13. ( ) (仅高年组) 目前世界上最强大的太阳望远镜是位于加那利群岛的瑞典1米太阳望远镜(SST). 用这台折射望远镜能够分辨的太阳表面结构的尺度相当于多少太阳半径?  
(A) 千分之一 (B) 百分之一 (C) 万分之一 (D) 百万分之一

## II. 简答题

14. (低年组) 傣历年

傣族生活美丽的云南西双版纳地区, 拥有历史悠久的天文观测记录和独立的历法系统. 傣历是阴阳合历, 起始于公元638年3月22日(唐贞观十二年戊戌闰二月初二辛巳). 年长度为365.25875日, 月长度为29.530583日, 单月为大月30天, 双月为小月29天, 隔4-5年有一次8月大月. 傣历每19年置7闰, 这一点与农历相似, 但所有的闰月都置于9月. 泼水节是傣族的传统节日, 开始于新年的第一天. 今年的泼水节是公历哪一天?

15. (低年组) 行星

行星从合到冲的亮度增亮了0.85个星等, 求从合到冲经过多少时间? 假设行星轨道为圆形且位于黄道面.

16. (低年组和高年组) 银河系

画出银河系的结构图(一张俯视图、一张侧视图), 图中要尽可能多的包括你所知道的关于银河系的定性、定量信息, 如银河系的各种结构、不同天体所处的位置, 等等. 假定太阳绕银心转的速率为120 km/s, 估计银河系截至太阳所在位置处所包含的总质量(以太阳质量为单位). 标出银心的位置.

17. (低年组和高年组) 老人星

老人星(赤经6h24m, 赤纬-52°43')作为题目多次出现在往届的国际天文奥赛中.

- (1) 计算说明在昆明(东经102°39', 北纬24°57')老人星是否会升起?
- (2) 计算在未来24小时内老人星上中天的时间.
- (3) 未来24小时内我们能观测到老人星吗? 为什么?

18. (高年组) 超新星遗迹

天文学家于2012年观测到某超新星遗迹, 呈圆形, 角直径约为4'. 通过接下来的连续观测, 得出它的角直径每年膨胀大约0.2", 且这个膨胀速度相对于星云中心星的视向速度1200 km/s, 假定星云的膨胀是对称且匀速的, 求:

- (1) 此星云到我们的距离是多少光年?
- (2) 估计这个星云是多少年前爆发的超新星遗迹?
- (3) 如果这颗超新星最亮时的绝对星等是-18<sup>m</sup>, 它当时的视星等是多少?

### 19. (高年组) 双星

天文学家将包围在恒星周围的特定空间称为洛希瓣，在这个范围内的物质会受到中心天体的引力约束而在轨道上作环绕运动。当恒星吸附的物质膨胀至洛希瓣的范围之外，它们将摆脱恒星引力的束缚，如果这种情况发生在双星系统中，逃逸的物质将经由拉格朗日点落入另一颗子星的引力范围内。某双星系统中两颗恒星围绕它们的质心在同一直线上旋转且正在发生物质交流，已知某时刻两颗恒星质量分别为 $m_1$ 和 $m_2$ ( $m_1 > m_2$ )，两个子星的距离为 $r$ ，引力常量为 $G$ ，不考虑系统与外部的物质交流。

- (1) 求该时刻系统轨道周期 $T$ 。
- (2) 如果一段时间后，发现轨道周期 $T$ 变短了( $\Delta T \ll T$ )，试通过计算确定两颗天体是相互靠近还是远离，物质转移的方向是从 $m_1$ 到 $m_2$ 还是从 $m_2$ 到 $m_1$ 。

提示：

$$(1+x)(1+y) \approx 1 + x + y, \text{ 当 } x \ll 1, y \ll 1 \text{ 时。}$$

$$(1+x)^n \approx 1 + nx, \text{ 当 } x \ll 1 \text{ 时。}$$

# 2014年全国中学生天文奥林匹克竞赛决赛试题

北京 2014年4月17日

可能用到的常数和公式:

●球面三角形ABC中, 三个球面角A. B. C, 三条大圆弧的边a, b, c, 满足:

$$(1) \text{正弦定理: } \frac{\sin A}{\sin a} = \frac{\sin B}{\sin b}$$

$$(2) \text{余弦定理: } \cos a = \cos b \cos c + \sin b \sin c \cos A$$

●月球半径: 1738 km

●黄白交角:  $5^{\circ}09'$

●地月平均距离: 384400 km

## I. 选择题

1. ( ) (仅低年组) 黄道经过( )个星座的天区.

- (A) 6 (B) 12 (C) 13 (D) 88

2. ( ) (仅低年组) 下列天象中接下来最先发生的是( ).

- (A) 水星东大距 (B) 土星冲日 (C) 宝瓶座η流星雨极大 (D) 日环食

3. ( ) (仅低年组) 北落师门位于哪个星座?

- (A) 双鱼座 (B) 宝瓶座 (C) 鲸鱼座 (D) 南鱼座

4. ( ) 以下矮行星中平均绕日轨道半径最小的是( ).

- (A) 冥王星 (B) 妩神星 (C) 谷神星 (D) 鸟神星

5. ( ) 以下行星中地球与之会合周期最短的是( ).

- (A) 水星 (B) 金星 (C) 火星 (D) 木星

6. ( ) 国际空间站的轨道高度大约是( )千米.

- (A) 40 (B) 400 (C) 4000 (D) 40000

7. ( ) 蜂巢星团的梅西叶天体编号是( ).

- (A) M24 (B) M41 (C) M43 (D) M44

8. ( ) 施密特-卡塞格林式望远镜属于( ).

- (A) 折射式望远镜 (B) 反射式望远镜 (C) 折反式望远镜 (D) 射电望远镜

9. ( ) 以下关于历法说法错误的是( ).

- (A) 我国传统的农历属于阴阳合历. (B) 与农业生产密切相关的是阴历.  
(C) 廿四节气对应的是阳历. (D) 今年谷雨节气的准确日期是4月20日.

10. ( ) 一颗赤经是 $16^{\text{h}}38^{\text{m}}$ 的恒星在地方恒星时 $5^{\text{h}}31^{\text{m}}$ 时升起, 那么多久后它将落下?

- (A)  $11^{\text{h}}07^{\text{m}}$  (B)  $12^{\text{h}}00^{\text{m}}$  (C)  $22^{\text{h}}09^{\text{m}}$  (D)  $22^{\text{h}}14^{\text{m}}$

11. ( ) (仅高年组) 以下关于红移说法明显错误的是( ).

- (A) 体积越大的天体产生的引力红移越明显.
- (B) 因宇宙膨胀而产生的电磁波波长变长的现象被称为宇宙学红移.
- (C) 对于距离在千万秒差距的星系, 其多普勒红移和宇宙学红移通常相差不大.
- (D) 哈勃定律中涉及到的红移是宇宙学红移.

12. ( ) (仅高年组) 以下关于月全食说法正确的是( ).

- (A) 在同地点观测一次月全食, 全食阶段不会持续超过1小时30分.
- (B) 过去的100年全球发生月全食的次数少于日全食.
- (C) 南, 北极点上不可能观测到月全食.
- (D) 一次月全食见食时间最长的地点一定是在赤道上.

13. ( ) (仅高年组) 理论上CCD的曝光时间延长1倍, 能拍到的最暗星的星等数值增加( ).

- (A) 0.5
- (B) 0.75
- (C) 1
- (D) 2.5

## II. 简答题

14. (低年组) 满月

在本次决赛举办地北京顺义( $\varphi = 40^\circ 12'$ ), 满月的月面中心的地平高度最高可达多少度?

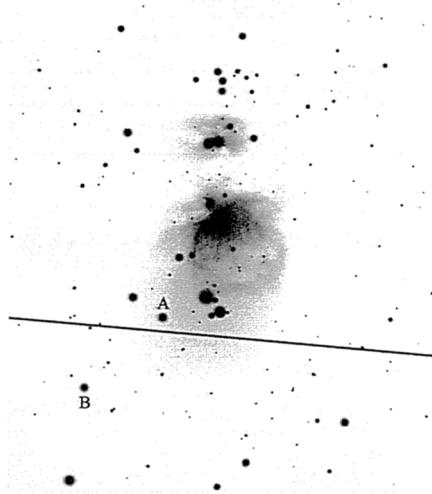
(不考虑大气折射, 答案精确到角分)

15. (低、高年组) 日食

估算一次日食中, 月球本影扫过地球的最长时间. (列出可忽略的影响因素)

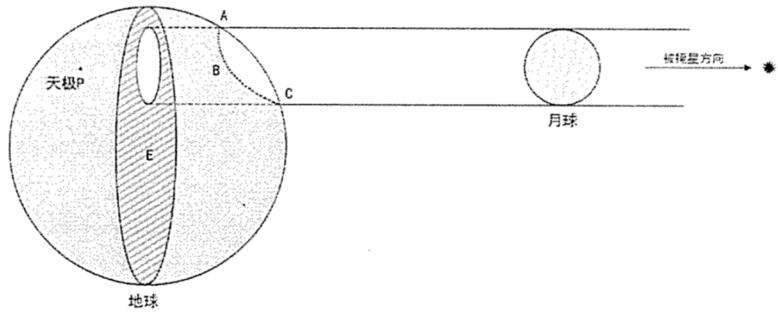
16. (低、高年组) 同步卫星

下图为猎户座大星云的照片, 为了便于印刷, 进行了黑白反色处理. 由于这里靠近天赤道, 常常能拍到同步卫星, 它们在距地表约3.58万千米高的轨道上运行. 某观测者拍到的同步卫星轨迹为图中横穿照片的黑线, 已知恒星A的赤道坐标为赤经 $05^{\text{h}}37^{\text{m}}18.21^{\text{s}}$ , 赤纬 $-6^{\circ}3'41.2''$ , 恒星B的赤道坐标为赤经 $05^{\text{h}}39^{\text{m}}20.33^{\text{s}}$ , 赤纬 $-6^{\circ}34'17.0''$ , 请问这位观测者拍摄这张照片的观测地的地理纬度是多少? (地球可视为理想的球体)



17. (低、高年组) 月掩星

地球上的观测者看到月面遮挡住背景星的现象, 叫做月掩星. 如下图所示(未按比例), 位于地球上ABC区域内(另一半未显示)的观测者将看到月掩星.



- (1) 估算掩星时地球上能见到月掩星区域的宽度最大为多少千米? 画出必要的图示.
- (2) 某日上弦月时, 某地看到月掩一颗黄道上的亮星, 月面中心扫过该星. 以圆形表示月面, 画出本次月掩星的示意图. 要求画出月相及可能的月面细节, 用直线标出黄道和白道, 以及月亮在星空背景中的运行方向, 并用“A”在月面边缘标出该星的消失点, 用“B”标出它的出现点.
- (3) 有人提出, 19年后同一地区将在同一天再次见到几乎完全相同的月掩星. 通过必要的计算, 从月相, 见掩地点, 日期等方面, 判断这种说法是否正确. (恒星月: 27.3217天, 恒星年: 365.2564天)

#### 18. (高年组) 日出

假定地球围绕太阳做匀速圆周运动. (不考虑一天之内太阳的赤道坐标变化与黄道坐标变化. 不考虑观测地的海拔因素. 不考虑太阳的视面积大小.)

- (1) 中国广州从化太平镇建有北回归线标志塔, 2009年CNAO决赛期间曾组织考生到此参观. 请计算夏至当天, 这里的日出点偏离正东方向的角度.
- (2) “成山头日出”.

公元前94年, 汉武帝刘彻率文官武将自今西安出发, 途经泰山, 一路东进巡游海上, 直至成山头, 被“成山头日出”这一奇丽的自然景观所折服, 遂下令在成山头修筑拜曰台. 现如今这里已经发展成为旅游景区. 成山头位于中国山东威海荣成市, 坊间有“中国东海岸最早看见海上日出之地”的美誉. 为了能及时看到日出, 需要知道较为精准的日出时间. 请计算夏至当天, 这里的日出时间. (以北京时间计. 当地地理坐标是东经  $122.71^\circ$ , 北纬  $37.40^\circ$ )

# 2015年全国中学生天文奥林匹克竞赛决赛试题

山东 威海 2015年4月21日

## I. 选择题

1. ( ) (仅低年组) 下列哪颗太阳系天体的一昼夜最长?  
(A) 火星 (B) 月球 (C) 水星 (D) 金星
2. ( ) (仅低年组) 观测者站在月球上可以看到的自然现象是\_\_\_\_\_  
(A) 日全食 (B) 火流星 (C) 日环食 (D) 极光
3. ( ) (仅低年组) 下列哪个天体属于类地行星?  
(A) 土星 (B) 牛郎星 (C) 火星 (D) 飞马座51b
4. ( ) 赤道地区每年有两个夏季和两个冬季, 南北极区分别进入极昼或极夜长达42个地球年的行星是\_\_\_\_\_  
(A) 土星 (B) 天王星 (C) 海王星 (D) 木星
5. ( ) 下列彗星轨道周期最长的是\_\_\_\_\_  
(A) 哈雷彗星 (B) 开朗彗星  
(C) 池谷-张彗星 (D) 丘留莫夫-格拉西缅科彗星
6. ( ) 以下恒星中表面温度最低的是\_\_\_\_\_  
(A) 以织女星为代表的白色星 (B) 以参宿三为代表的蓝色星  
(C) 以心宿二为代表的红色星 (D) 以太阳为代表的黄色星
7. ( ) 赤道式望远镜有许多特点, 下列叙述中哪一项最不可能是赤道式望远镜的特点?  
(A) 使用赤道式望远镜进行天文观测时要先对准极轴.  
(B) 正确安装的赤道式望远镜, 可以只动一个轴就能跟踪天体.  
(C) 常见的赤道式望远镜需要用重锤来平衡主镜.  
(D) 赤道式望远镜的整体结构一般比口径和焦距相同的地平式望远镜更加轻便.
8. ( ) 近日, 中国科学院国家天文台对全球发布\_\_\_\_ 首批巡天光谱数据, 包含有220万条光谱, 其中信噪比大于10的恒星光谱172万条, 超过目前世界上所有已知恒星巡天项目的光谱总数.  
(A) LAMOST (B) FAST (C) 21CMA (D) CSTAR
9. ( ) 今年在北半球中纬度地区最适合进行梅西叶天体马拉松的日子是以下哪天?  
(A) 3月7日 (B) 3月21日 (C) 4月4日 (D) 4月18日
10. ( ) 截至2014年12月17日, “机遇号”火星车在火星上度过了3874个火星日, 这3874个火星日换算成地球日大约是多少天?  
(A) 3869 (B) 3980.5 (C) 3969 (D) 3880.5
11. ( ) (仅高年组) 2015年3月30日我国在\_\_\_\_ 卫星发射中心用长征三号丙运载火箭, 成功将首颗新一代北斗导航卫星发射升空, 这是我国发射的第17颗北斗导航卫星.

- (A) 西昌 (B) 酒泉 (C) 太原 (D) 文昌

12. ( ) (仅高年组) 下列哪两个天体在天球上的角距离最远?

- (A) 角宿一和轩辕十四 (B) 小犬座 $\alpha$ 和双子座 $\beta$   
(C) M51和M43 (D) M81和M64

13. ( ) (仅高年组) 一位观测者在西澳大利亚某地(东经122°、南纬30°)观测到了月掩土星的天象, 同一时间段, 在东经122°、北纬30°的观测者最有可能观测到下列哪个天象?

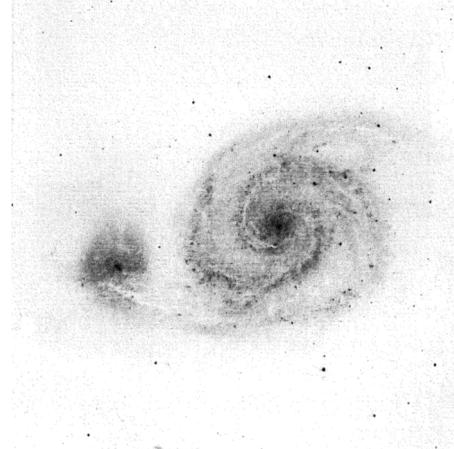
- (A) 月亮从土星南边经过  
(B) 月亮从土星北边经过  
(C) 月亮从土星西边经过  
(D) 仍然能观测到月掩土星

## II. 简答题

14. (低年组) 旋涡星系

天文学家使用位于山东大学威海校区玛珈山顶的1米口径反射式望远镜拍到了右图中的照片. 该照片未经任何裁剪, 为印刷方便已进行反相处理. 已知观测时焦距为8米, 后端设备为Andor iKon 1936 CCD, 传感器尺寸27.6毫米  $\times$  27.6毫米, 像素数2048  $\times$  2048.

- (1) 照片中所摄天体的梅西叶天体编号是什么?  
(2) 该梅西叶天体位于哪个星座的天区?  
(3) 照片中可见该旋涡星系与一个矮星系有连接. 天文学家计算出该旋涡星系和矮星系距离我们大约都是 $3.7 \times 10^7$ 光年, 由照片推算该星系中心和矮星系中心的物理距离大约多远?  
(4) 通过计算回答, 使用该CCD进行观测是否达到了这台望远镜的理论分辨能力?



15. (低、高年组) “新视野”号探测器

2015年7月, 美国宇航局的“新视野”号探测器将会飞掠冥王星.“新视野”号从地球上发射, 最后关闭动力引擎时相对于地球的速度是16.26千米/秒, 因此离开地球后, 它的绕日运行轨道近似为抛物线, 太阳位于焦点处. 为增加速度, 它在飞往冥王星的过程中曾利用了木星的引力弹弓效应进行加速. 请画出它的绕日轨道示意图, 并据此估算它从地球飞行到木星所用的时间.

提示:

- (1) 假设地球和木星公转轨道为圆形;  
(2) 阿基米德曾经发现, 抛物线 $y = x^2$ 在区间 $x \in [a, b]$ 内的曲线下的面积, 也就是直角坐标系下 $y = x^2$ 、 $y = 0$ 、 $x = a$ 、 $x = b$ 四条曲线围成的面积, 等于 $(b^3 - a^3)/3$ .

16. (低、高年组) 夜光云

夜光云是一种在高纬度地区偶尔能见到的自然现象. 一般认为, 它是由水冰构成、较为稀薄、位置很高的云. 太阳落山一段时间后, 这种云还位于阳光能够照到的高空, 此时才能被看见. 下图为一张夜光云照片(图片来自网络). 已知照片拍摄地点在北纬60°的某地, 拍摄时间为某一年夏至日地方时午夜24点.

- (1) 此时太阳位于地平线下多少度?

- (2) 如果这片夜光云位于正北, 平均地平高度为 $20^\circ$ , 请问这片夜光云距地面的平均高度下限为多少? 这个高度普通民航客机(一般飞行高度10000米)能达到吗? 如果认为地球大气的对流层顶的高度为10千米, 平流层顶的高度为50千米, 中间层顶的高度为85千米, 那这片夜光云位于哪层?



### 17. (低、高年组) 霍去病倒看北斗

相传西汉名将霍去病远征漠北、封狼居胥时, 最远所至之处已经可以倒看北斗七星了. 下表给出了北斗七星在元狩四年(公元前119年)的赤道坐标:

星名	赤经 $\alpha$	赤纬 $\delta$	星名	赤经 $\alpha$	赤纬 $\delta$
天枢	8h12m	$71^\circ16'$	玉衡	11h04m	$67^\circ36'$
天璇	8h24m	$66^\circ04'$	开阳	11h47m	$66^\circ26'$
天玑	9h40m	$64^\circ40'$	摇光	12h17m	$60^\circ34'$
天权	10h07m	$68^\circ24'$			

- (1) 假设“倒看北斗”指的是在当时所处的位置观测北斗七星, 七颗星上中天时全部位于天顶以南, 则霍去病所处地点的纬度应该至少为多少?
- (2.1)(仅低年组)按(1)中假设, 由于霍去病是春天从长安出发, 我们假设他在夏季时抵达观测地. 此时, 若要看到北斗七星, 需要保证观测点午夜时并没有处于民用晨昏蒙影当中——否则北斗七星将被明亮的天光淹没. 请问此时太阳的赤纬应该小于多少? 大概在哪个时间段之间不满足这一条件? 请估测这一时间段, 精确到月份即可.
- (2.2)(仅高年组)经过两千余年的岁差, 现在的人倒看北斗已经不需要到纬度那么高的地方了. 在J2000历元中, 倒看北斗所需要的最低纬度大致是多少? 恒星自行可忽略.
- (3) 假设霍去病选择在当地时间午夜24:00观测, 以尽量排除高纬度地区的曙暮光对观测的干扰. 请计算北斗七星在午夜上中天的大约日期.
- (4) 通过这道题的计算, 请简单谈谈你对霍去病倒看北斗这一传说有什么看法, 或者简要分析这种估计方法有什么偏差.

### 18. (高年组) 南银极

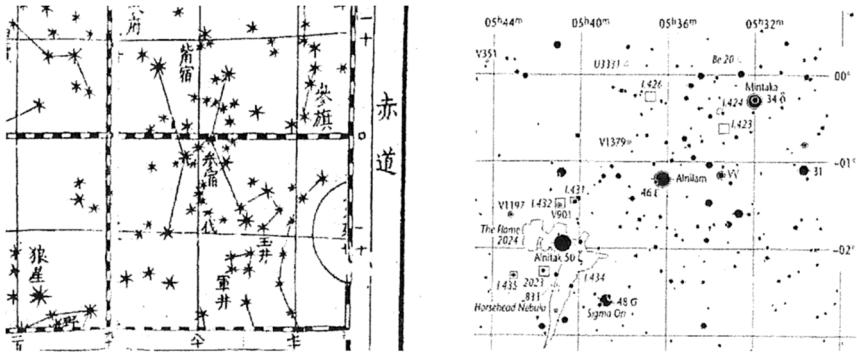
赤道上东经 $120^\circ$ 处( $0^\circ, 120^\circ\text{E}$ ), 在时刻 $t = 0$ , 一位天文学家观测到南银极(赤经 $0^{\text{h}}51^{\text{m}}24^{\text{s}}$ , 赤纬 $-27.13^\circ$ )正位于地平线上, 将要升起. 他突发奇想, 希望能看到星空围绕南银极旋转, 就像赤道上的普通观测者看到星空在围绕南天极旋转一样. 为此他必须快速调整自己的地面位置, 以保证他所看到的南银极始终处在地平线上的固定位置(正如赤道上的普通观测者看到的天极一样), 并且其他星体以24小时为周期绕这个极点旋转. 于是他乘坐某种特制交通工具开始沿地面疾行. 假设地球为理想球体, 忽略大气折射以及地球公转的影响.

- (1) 他是否会在未来一天内再次经过他的起点( $0^\circ, 120^\circ\text{E}$ )? 如果会, 请给出第一次返回起点的时刻; 否则请说明理由.
- (2) 计算他在 $t = 0$ 时的速度.
- (3) 将他未来24小时内的地理坐标表示成时间的函数(可以用“日”作为时间单位, 最终结果不需要化简); 并计算 $t = 10$ 小时的地理坐标.

# 2016年全国中学生天文奥林匹克竞赛决赛试题

山西 太原 2016年4月26日

## I. 选择题

1. ( ) (仅低年组) 下列哪两颗星在天球上的角距离最近?  
(A) 五车二和大陵五 (B) 天枢和水委一  
(C) 星宿一和箕宿四 (D) 娄宿三和毕宿五
2. ( ) (仅低年组) 下列太阳系天体中拥有像月球一样的外表以及地球一样的内部构造的是\_\_\_\_.  
(A) 金星 (B) 火星 (C) 冥王星 (D) 水星
3. ( ) (仅低年组) 火星平均26个月会发生一次冲日，其中每15到17年有一次大冲。2018年火星将再次大冲，冲日时它将位于以下哪个星座?  
(A) 摩羯座 (B) 白羊座 (C) 双子座 (D) 室女座
4. ( ) 1000颗8等星聚集在一起的星等最接近下列哪个数字?  
(A) -1.5 (B) 0.5 (C) 2.5 (D) 8000
5. ( ) 对在地球上看到的偶发流星数量的统计描述正确的是\_\_\_\_.  
(A) 黄昏至半夜多 (B) 半夜至黎明多  
(C) 上半夜和下半夜几乎同样多 (D) 不确定
6. ( ) 左图为一幅中国古代星图的局部，右图为当代星图Uranometria 2000.0的对应天区。则古代星图最有可能的绘制年代为\_\_\_\_  


- (A) 明·万历—崇祯年间(1573—1644)  
(B) 清·康熙年间(1662—1722)  
(C) 清·嘉庆—道光年间(1796—1850)  
(D) 清·同治—光绪年间(1862—1908)

7. ( ) 某颗彗星的物质形成了一个流星群。该彗星轨道的升交点黄经为 $121^\circ$ ，该流星群的辐射点的赤经为 $+35^\circ$ 。则该流星群活动极大日期在以下哪个节气附近?  
(A) 大暑 (B) 立秋 (C) 大寒 (D) 立春
8. ( ) 下列哪个天体与所在星座的对应关系不正确?  
(A) M41在大犬座 (B) M108在大熊座  
(C) M78在室女座 (D) NGC7000在天鹅座

9. ( )天文学家用一台光学望远镜和一台射电望远镜同时观测, 已知射电望远镜的口径为500 m, 有效波长为1 mm, 为达到同样的分辨率, 有效波长为550 nm的光学望远镜的口径应为\_\_\_\_\_.  
(A) 15.5 cm (B) 27.5 cm (C) 60 cm (D) 130 cm

10. ( )2016年我国将继续开展载人航天发射活动, 为建立长期空间站做准备. 下列航天器中属于空间货运飞船的是\_\_\_\_\_.  
(A)天宫二号 (B)神舟十一号 (C)实践十号 (D)天舟一号

11. ( )(仅高年组)以下四颗太阳系卫星中表面没有物质喷发活动的是\_\_\_\_\_.  
(A)木卫一 (B)海卫一 (C)土卫二 (D)木卫三

12. ( )(仅高年组)以下哪一项不是“大爆炸理论”的基石证据?  
(A)哈勃定律 (B)宇宙微波背景辐射 (C)引力波 (D)原初元素丰度

13. ( )(仅高年组)假设观测一颗B型恒星( $M_V = -2.2^m$ ,  $V - R = -0.23^m$ )得 $m_V = 10.4^m$ ,  $m_R = 9.8^m$ , 则恒星与观测者之间的星际消光为\_\_\_\_\_.  
(A) 0.83 (B) 1.37 (C) 2.57 (D) 0.37

## II. 简答题

### 14. (低年组) 火星救援

宇航员马克·沃特尼在执行太空任务时不幸滞留火星基地. 为了引起地球有关部门的注意, 马克在火星上搭建了反光板. 为使有关部门察觉火星局部的视星等比火星整体减小了0.01等, 请在不考虑大气的情况下, 假设火星轨道为正圆, 计算从地球观测反光板的最小角直径. 反光板反照率为 $0.98\cos\theta$ ,  $\theta$ 为入射角.

### 15. (低年组和高年组) 金星勾陈一

假设在未来人类将金星的大气进行了彻底改造, 令其变得和地球一样宜居, 然后大规模移民金星. 金星公转轨道可视为圆轨道.

- (1) 请问居住在金星北纬60°的观测者能看到勾陈一星吗? 并解释原因.
- (2) 金星上的居民也想观测到月亮刚好把太阳完全挡住的日全食, 但金星没有天然卫星, 于是金星居民决定发射一个球形的人造卫星来实现这一效果. 并且, 他们希望该卫星绕金星的公转周期为30天. 请问该卫星的轨道距离金星表面多高, 该卫星直径应为多大?

### 16. (低年组和高年组) LIGO

2015年9月14日09时50分45秒(UTC), 位于美国路易斯安那州的LIGO探测器(A)最先探测到了由两个黑洞缠绕并合并为一个黑洞而产生的引力波的信号, 7毫秒之后, 位于华盛顿州的另一个LIGO探测器(B)也探测到了类似的信号, 假设A与B直线距离为3000千米.

- (1) 引力波的发源地相对于A和B的方位是什么? 并画出示意图.
- (2) (仅高年组)假设A和B探测信号的时间差为 $7 \pm 0.1$ 毫秒, 请计算该引力波发源地可能存在天区的面积(以平方度为单位).

### 17. (低年组和高年组) 赫罗图

列出你所知道的有关赫罗图的尽可能多的信息. 比如: 赫罗图的横纵坐标、不同类型恒星在图中的分布位置以及赫罗图的意义等等.

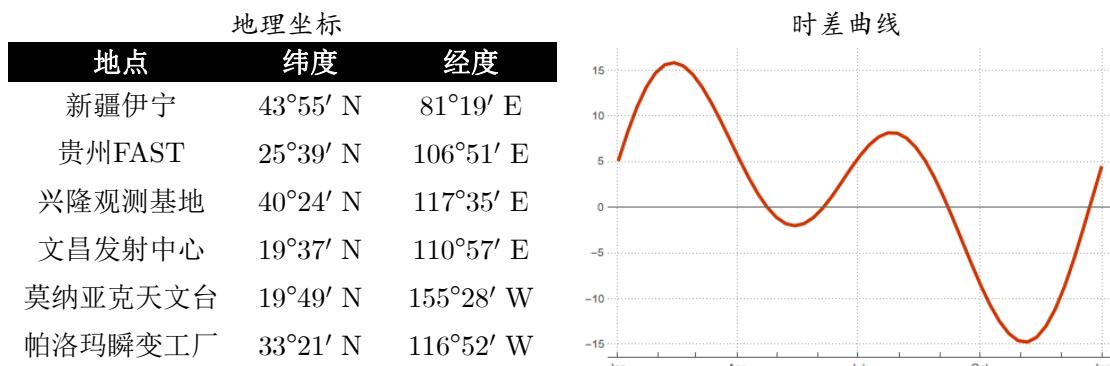
### 18. (高年组) 凌日和冲日

2016年5月有两个非常重要的天象, 即9日的水星凌日和22日的火星冲日. 假设地球和火星的公转轨道为正圆, 水星公转轨道为椭圆.

- (1) 画出5月9日水星、地球、火星与太阳的相对位置示意图, 并标出行星公转方向.
- (2) 计算5月9日在火星上观测, 地球与太阳分开的角距离.
- (3) 计算5月9日在火星上观测, 水星与太阳分开的角距离.
- (4) 计算在水星上观测到最近的一次火星冲日的日期.

# 2017年全国中学生天文奥林匹克竞赛决赛试题

新疆 伊宁 2017年5月5日



## I. 选择题

1. ( ) (仅低年组)今天的月相最接近\_\_\_\_.  
(A)朔 (B)上弦 (C)望 (D)下弦
2. ( ) (仅低年组)下列哪颗星和对应星座的关系不正确?  
(A)大陵五在英仙座 (B)轩辕十四在狮子座  
(C)辇道增七在白羊座 (D)昴星增二在鲸鱼座
3. ( ) (仅低年组)在使用望远镜和巴德膜拍摄太阳时, 我们会发现太阳视面边缘的亮度大约只有中心的40%, 导致这种现象的原因是\_\_\_\_?  
(A)望远镜镜片的中心光学质量好于边缘.  
(B)巴德膜的中心透光率高于边缘.  
(C)太阳光球层较深处的温度高于较浅处.  
(D)地球大气的消光不均匀.
4. ( ) 2017年4月22日, \_\_\_\_与天宫二号顺利完成自动交会对接, 这是我国自主研制的货运飞船与空间实验室的首次交会对接.  
(A)龙飞船 (B)天舟一号 (C)神舟十一号 (D)ATV
5. ( ) 黄道在以下哪个星座中的长度最长?  
(A)双鱼座 (B)天鹰座 (C)巨蟹座 (D)天蝎座
6. ( ) 以下彗星回归周期最长的是\_\_\_\_.  
(A) 2P/Encke (B) 9P/Tempel 1 (C) 55P/Tempel-Tuttle (D) 109P/Swift-Tuttle
7. ( ) 基于\_\_\_\_冰层下有海洋, 以及最近卡西尼探测器在其南极发现的数量巨大的氢气等条件, 美国航天局于2017年4月14日宣布该卫星具备生命所需的所有元素.  
(A)木卫二 (B)木卫四 (C)土卫二 (D)土卫六
8. ( ) 以下哪个星系不是马卡良星系链的成员?  
(A) M84 (B) M85 (C) M86 (D) NGC 4438

9. ( ) 在地面上观测到的流星运动速度在11~72 km/s的范围内, 其中11 km/s的流星只会出现在\_\_\_\_\_.  
 (A) 与太阳呈90°的方向 (B) 黄极方向 (C) 黄道面上 (D) 任何方向
10. ( ) 如果月球停止运动, 只考虑万有引力作用, 月球大约要多久才能掉到地球上?  
 (A) 2.4小时 (B) 21小时 (C) 5天 (D) 20天
11. ( ) (仅高年组) 以下关于天文观测的说法, 最不正确的是?  
 (A) 3月底可以在午夜过后观测到M79.  
 (B) 10月初天黑后不久往东北方向看可以看到仙后-英仙段银河.  
 (C) 用星桥法寻找M57, 从织女星开始会比较方便.  
 (D) M15是一个球状星团.
12. ( ) (仅高年组) 500米口径球面射电望远镜(FAST)是目前世界上最大的单口径射电望远镜, 其球反射面半径300 m, 口径500 m, 有效照明口径300 m; 焦比0.467; 天空覆盖天顶角40°工作频率, 70 MHz ~ 3 GHz. 那么理论上FAST的目标天体赤纬范围大约是多少?  
 (A)  $-15^{\circ} \sim +65^{\circ}$  (B)  $-25^{\circ} \sim +70^{\circ}$  (C)  $-25^{\circ} \sim +90^{\circ}$  (D)  $-40^{\circ} \sim +40^{\circ}$
13. ( ) (仅高年组) 2012年8月6日, 好奇号火星车着陆于火星表面. 2015年10月17日好奇号位于夏普山区, 此时它正经历着自它登陆以来火星与下列哪颗行星的第二次会合?  
 (A) 地球 (B) 木星 (C) 土星 (D) 海王星

## II. 简答题

### 14. (低年组) 火星车

遥控指挥员通过无线电波由地球遥控指挥着陆火星的火星车移动, 地球上全比例火星车模型将会“实时”呈现火星车在火星上移动的情况. 出于综合因素考虑, 固定位置的遥控指挥员与模型车之间的距离将最多不能超过25米, 那么火星上的火星车安全速度是多少?

### 15. (低年组和高年组) 日落

今年春分当天, 一位同学在伊宁看日出. 软件模拟显示当天的日出发生在8点40分, 但这位同学发现这个时间太阳已经完全位于地平线以上.

- (1) 解释这位同学错过日出的原因.
- (2) 计算当天观赏日出(日面中心恰好位于地平线上)的时间.
- (3) 尽可能精确计算当天观赏日落的时间, 解答中含一幅这位同学观赏日落的图.

### 16. (低年组和高年组) 视差

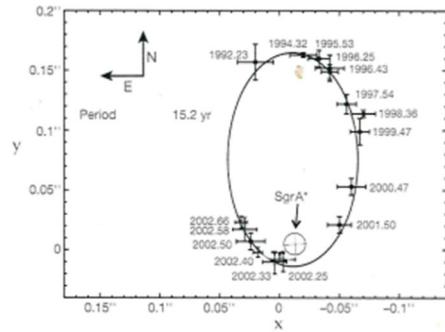
假设你坐着黑摩的来到一颗距离地球10 pc的行星上. 这颗行星在环绕一颗类似太阳的恒星的近圆轨上运动. 在当地1“年”的时间里, 你观测到天空中的各恒星相对于平均位置有11角秒的最大摆动. 请问在这颗行星上所观测到的太阳的周年视差是多少?

### 17. (低年组和高年组) 黑洞

由于黑洞不发光, 我们没有办法直接观测到它, 但有很多间接观测证据可以证实银河中心存在黑洞. 通过长期监测, 研究人员发现一颗编号为S2的恒星在以15.2年为周期绕一颗名为Sagittarius A\* (Sgr A\*)的不可见天体旋转. 观测记录如图所示. 已知轨道半长轴与

地球观测者视线方向的夹角为 $45^\circ$ ，轨道半短轴与地球观测者视线方向垂直,  $\text{Sgr A}^*$ 到观测者的距离为8 kpc.

- (1) 计算S2真实轨道的半长轴、半短轴的长度以及轨道偏心率;
- (2) 计算中小黑洞质量和施瓦西半径.



### 18. (高年组) 伴星

天文上有许多伴星围绕主星运行. 伴星的轨道小到某一临界半径之内, 就会被主星引潮力撕成碎片. 撕裂伴星的力有二: 主星引潮力和它自转引起的惯性离心力; 凝聚伴星的力有二: 伴星引力和化学结合力(化学结合力比起引力往往可忽略不计). 假设伴星被撕裂的条件是三力之和不小于0.

- (1) 对于地月系统(地-月密度比:  $5/3$ ), 月球被地球引潮力撕碎的临界距离是多少?
- (2) 在不考虑火卫二对火卫一引力影响下, 对于火星-火卫一系统(火星-火卫一密度比:  $2/1$ ), 这个临界距离是多少?

# 2018年全国中学生天文奥林匹克竞赛决赛试题

浙江 绍兴 2018年5月5日

## I. 选择题

1. ( ) (仅低年组) 下列四组行星中, 此时角距离最近的是\_\_\_\_\_。  
(A) 水星和金星 (B) 金星和木星 (C) 火星和木星 (D) 火星和土星
2. ( ) (仅低年组) 在南半球中纬度地区观测, 现在是恒星时 $7^h$ , 已知某恒星再经过 $2^h30^m$ 后上中天, 请问该恒星的赤经为\_\_\_\_\_。  
(A)  $0^h30^m$  (B)  $3^h30^m$  (C)  $9^h30^m$  (D)  $6^h30^m$
3. ( ) (仅低年组) 暗物质粒子探测器\_\_\_\_\_基于在轨运行的前530天共采集了约28亿个高能宇宙射线, 成功获取了目前国际上精度最高的TeV电子宇宙射线探测结果。  
(A) 悟空 (B) ALMA (C) 南极AST-3 (D) Gaia
4. ( ) 今天我们可以观测到\_\_\_\_\_。  
(A) 四月天琴座流星雨 (B) 宝瓶座η流星雨  
(C) 船尾座π流星雨 (D) 英仙座流星雨
5. ( ) 一般来说, 形成稳定恒星的质量上限大约是150个太阳质量, 那么形成稳定恒星的质量下限是\_\_\_\_\_个太阳质量。  
(A) 0.01 (B) 0.08 (C) 0.14 (D) 0.51
6. ( ) 以下哪个深空天体在天球上离天津四最近?  
(A) M35 (B) NGC7000 (C) M27 (D) NGC7293
7. ( ) 下列年份, 哪一年会发生日全食(包括全环食), 且全食带中心点距离我国最近?  
(A) 2020年 (B) 2021年 (C) 2022年 (D) 2023年
8. ( ) 以下梅西叶天体中距离我们最远的是\_\_\_\_\_。  
(A) M13 (B) M42 (C) M104 (D) M78
9. ( ) 小猪佩奇很喜欢玩踩泥巴的游戏, 它在地球上的最高纪录是可以让泥巴飞1 m高。一天, 它来到了一颗材质与地球相似的陌生星球旅行, 又玩起了踩泥巴的游戏。只见它用力一踩, 泥巴直冲云霄, 刚好飞离星球, 再也没有回来。那么这颗星球的质量约为\_\_\_\_\_。  
(A)  $3.7 \times 10^{14} \text{ kg}$  (B)  $3.6 \times 10^{18} \text{ kg}$  (C)  $2.2 \times 10^{19} \text{ kg}$  (D)  $8.5 \times 10^{24} \text{ kg}$
10. ( ) 一颗红巨星的温度为 $2500 \text{ K}$ , 半径是太阳的100倍, 距离 $10 \text{ pc}$ , 已知该红巨星在可见光波段( $400 \text{ nm} \leq \lambda \leq 700 \text{ nm}$ )的辐射能量占总光度 $L$ 的 $3.3\%$ , 假如一个 $100 \text{ W}$ 灯泡发出总辐射能量的 $5\%$ 在可见光波段, 灯泡在\_\_\_\_\_的距离上, 肉眼看起来和红巨星一样亮。  
(A) 1.8 km (B) 7 km (C) 10 km (D) 18 km
11. ( ) (仅高年组) 以下说法不正确的是\_\_\_\_\_。  
(A) 银河系以较差自转的方式自转, 越靠近中心, 旋转一周的时间越短。

- (B) 太阳系位于直径约为10万光年的银河系的银盘上, 距离中心大约25万光年.  
 (C) 1923年, 埃德温·哈勃通过测定M31内造父变星的光度并计算出距离, 证明了M31是河外星系.  
 (D) 球状星团大多分布在银盘上, 疏散星团主要分布在银晕中.
12. ( ) (仅高年组) 已知一颗恒星的光度是太阳的4倍, 从地球上探测到这颗恒星的流量密度为 $3.05 \times 10^{-14} \text{ W/m}^2$ , 则这颗恒星到地球的距离约为\_\_\_\_\_.  
 (A)  $4 \times 10^{15} \text{ m}$  (B)  $1 \times 10^{18} \text{ m}$  (C)  $6 \times 10^{19} \text{ m}$  (D)  $8 \times 10^{24} \text{ m}$
13. ( ) (仅高年组) 已知当前的宇宙背景辐射温度为2.73 K, 那么红移为5的地方的宇宙背景辐射温度约为\_\_\_\_\_.  
 (A) 2.73 K (B) 10.92 K (C) 13.65 K (D) 16.38 K

## II. 简答题

14. (低年组) 古刹与月牙

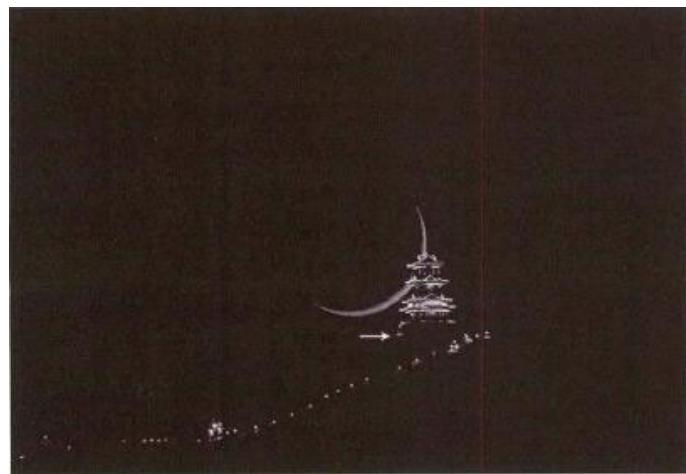


图1

图1是一位叫杨勇的天文摄影师拍摄的一张照片(原图宽边长24.6 cm), 某座山上的古刹与一轮金钩状的月牙叠在一起. 为了方便大家解题, 把照片的黑色背景替换成了灰色. 已知此时月亮视直径为 $30'$ , 该古刹高34 m, 箭头所指处为该古刹所修建的山顶平台, 那么:

- (1) 试求摄影师距离古刹多远?
- (2) 假设摄影师使用的相机某品牌APS-C画幅的相机, 传感器尺寸为 $23.6 \times 15.6 \text{ mm}$ , 拍到的这张照片没有进行裁剪, 试问摄影师所使用的镜头焦距为多少?
- (3) 这张照片拍摄于2017年4月28日20:40, 查阅星图软件可知此时从摄影机位看月亮中心的地平高度为 $4.5^\circ$ . 已知该摄影机位海拔50 m, 试问该古刹所在的山顶平台海拔高度为多少?

15. (低年组和高年组) 月全食

2018年1月31日, 地球上的很多地区都观测到了一次月全食天象. 这次月全食的本影食分和半影食分分别为1.3和2.3, 其他相关信息请自行回忆. 同时月球上的一位观测者欣赏到了一次日食. 如果它一直待在某个位置, 那么他可能观测到日食最长能持续多久?

### 16. (低年组和高年组) 食双星

已知食双星系统中, 两个天体相互环绕的轨道倾角为90度, 主星视星等为1等, 伴星视星等为2等, 主星半径是伴星的2倍. 请给出两个天体完成一次相互绕转, 系统视星等的变化情况.

### 17. (低年组和高年组) 地球的兄弟

地球也许存在一个不轻易露面的兄弟. 假设存在一颗与地球类似的行星, 同样运行于地球的公转轨道上, 只是当地球位于近日点时, 这颗行星正位于轨道的远日点. 估算从地球上观察, 这颗行星东大距和西大距的日期, 以及大距时行星与太阳的距角. 表1为2018年二十四节气的时刻(北京时间).

节气序号	1	2	3	4	5	6	7	8
时刻	1月 5.74日	1月 20.46日	2月 4.23日	2月 19.05日	3月 5.98日	3月 21.01日	4月 5.17日	4月 20.46日
太阳地心黄经								
日心黄经								
节气序号	9	10	11	12	13	14	15	16
时刻	5月 5.89日	5月 21.43日	6月 6.06日	6月 21.75日	7月 7.48日	7月 23.21日	8月 7.90	8月 23.51日
太阳地心黄经								
日心黄经								
节气序号	17	18	19	20	21	22	23	24
时刻	9月 8.02日	9月 23.41日	10月 8.68日	10月 23.81日	11月 7.81日	11月 22.71日	12月 7.52日	12月 22.27日
太阳地心黄经								
日心黄经								

### 18. (高年组) 霍金辐射

在本题中, 你会一步一步地推导黑洞的霍金辐射表达式. 在这里, 黑洞的模型为没有自旋、不带电荷的史瓦西黑洞; 由于严格的计算需要用到量子场论的知识, 在一些细节上你只需要正确估计量级.

- (1) 请写出质量为  $M$  的史瓦西黑洞的视界面半径  $r_s$ ; 如果你不会, 你可以从牛顿力学出发, 计算质点  $M$  在逃逸速度为光速  $c$  时对应的半径.
- (2) 考虑量子效应后, 理论上光子可以从这一黑洞中逃逸出来, 我们认为这时光子的波长  $\lambda$  应与黑洞视界面的典型尺度相当. 光子的温度可以表示为  $T = E/k_B$ , 其中  $k_B$  为玻尔兹曼常数,  $E$  为光子的能量. 则光子的温度是多少?
- (3) 假设黑洞以上方式辐射光子, 则黑洞辐射的功率是多少?
- (4) 黑洞的寿命  $\tau$  和黑洞初始质量  $M_0$  的几次方成正比?

### III. 笔试观测

下图是某地北京时间2017年12月30日3时16分所见星空. 图中同心圆为等地平高度圈, 间隔30°. 星图中心位置为天顶. 仔细观察并完成如下题目:

19. 观测地地理纬度: \_\_\_\_\_.

20. 观测地地理经度: \_\_\_\_\_ (填写选项对应字母).

- (A) 84°E (B) 120°E (C) 156°E (D) 192°E

21. 依次写出图中5个圈中最亮恒星的名称: (填写选项对应字母)

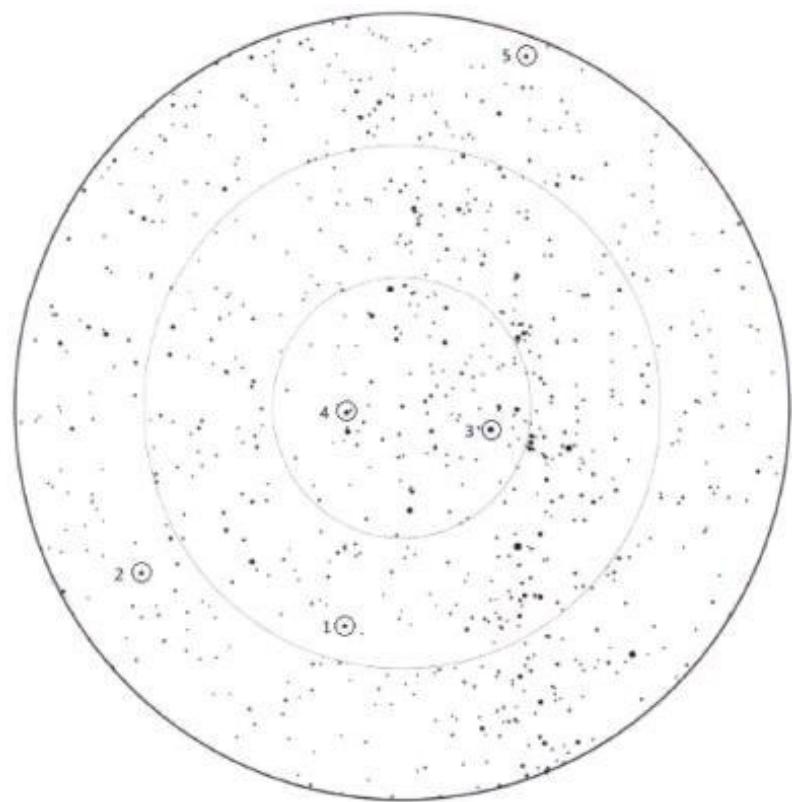
1. \_\_\_\_\_ 2. \_\_\_\_\_ 3. \_\_\_\_\_ 4. \_\_\_\_\_ 5. \_\_\_\_\_.

- (A) 室女座  $\alpha$  (B) 天琴座  $\alpha$   
(C) 白羊座  $\alpha$  (D) 天龙座  $\alpha$   
(E) 金牛座  $\alpha$  (F) 金牛座  $\beta$   
(G) 仙后座  $\alpha$  (H) 狮子座  $\alpha$   
(I) 狮子座  $\beta$  (J) 玉夫座  $\alpha$   
(K) 长蛇座  $\alpha$  (L) 仙女座  $\alpha$   
(M) 猎户座  $\alpha$  (N) 猎户座  $\beta$   
(O) 大犬座  $\alpha$  (P) 大犬座  $\beta$   
(Q) 双子座  $\alpha$  (R) 双子座  $\beta$

22. 下列哪两个梅西叶天体不在星图中: \_\_\_\_\_ (填写选项对应字母).

- (A) M1 (B) M13 (C) M31  
(D) M42 (E) M44 (F) M45  
(G) M57 (H) M81 (I) M101

23. 用符号  $\odot$  在图中标出月球的具体位置, 符号大小需与示例相同.



# 2019年全国中学生天文知识竞赛决赛试题

贵州 平塘 2019年4月23日

## I. 选择题

1. (仅低年组)一般来说, 以下流星雨极大时流量最大的是\_\_\_\_.  
(A) 半人马座 $\alpha$ 流星雨 (B) 宝瓶座 $\eta$ 流星雨  
(C) 双子座流星雨 (D) 小熊座流星雨
2. (仅低年组)在地球上观测, 以下哪个天象最不可能发生?  
(A) 金星冲日 (B) 土星合日  
(C) 水星凌日 (D) 木星东方照
3. (仅低年组)今天的月相接近\_\_\_\_.  
(A) 蛾眉月 (B) 上弦月 (C) 盈凸月 (D) 残月
4. 中国预计于哪年首次自主发射火星探测器?  
(A) 2019 (B) 2020 (C) 2021 (D) 2035
5. 历史上, 一批西方传教士曾沿海上丝绸之路, 远涉重洋来到中国, 其中就包括中西天文学交流史上非常重要的人物——德国人汤若望. 后来汤若望参与编纂了《崇祯历书》和《远镜说》等学术典籍, 为天文学的西学东渐做出了巨大贡献. 那么, 今年是汤若望来华多少周年?  
(A) 300 (B) 350 (C) 400 (D) 500
6. 今年将发生一次日全食, 如果想用全画幅相机拍摄太阳日冕外冕的特写, 使用下列哪个器材  
(A) 焦距2000 mm的望远镜 (B) 焦距500 mm的望远镜  
(C) 焦距50 mm的镜头 (D) 焦距8 mm的镜头
7. 2004年1月着陆火星的机遇号, 在预计寿命3个月的情况下超期服役了15年, 于2019年2月彻底结束使命, 创造了在火星上行驶\_\_\_\_千米的最长记录.  
(A) 17.38 (B) 45.16 (C) 87.19 (D) 650.93
8. 以下星座中不相邻的是  
(A) 狮子座和小狮座 (B) 飞马座和小马座  
(C) 仙后座和仙女座 (D) 大熊座和小熊座
9. 以下说法不正确的是  
(A) 2019年4月, 事件视界望远镜(EHT)宣布已经成功获得了超大黑洞的第一个直接视觉证据.  
(B) 根据火星快车携带的测地雷达给出的数据, 科学家认为可能在火星北极的冰之下有一个液态水湖, 深度大约在地表以下15千米处, 宽度大约20千米.  
(C) 2018年4月, 欧洲空间局的“盖亚”卫星释放了第2批海量数据, 这个给出了17亿颗恒星的信息成就了一份迄今体量最大的星表, 它将是科学家研究星系形成和演化的重要依据.  
(D) 开始科学运转的凌星系外行星巡天望远镜(TESS), 接过了开普勒探测器的火炬, 几个月内就已确认发现了多颗系外行星.

10. 2018年5月, 载有嫦娥四号通信中继卫星“鹊桥”的长征4号丙型运载火箭, 在\_\_\_\_卫星发射基地发射升空. 这枚人类首颗位于地月拉格朗日L<sub>2</sub>晕轨道的通讯中继卫星帮助科学家成功实现了首次月背与地球的数据中继通信.  
(A)酒泉 (B)文昌 (C)太原 (D)西昌

11. (仅高年组)在地球表面, 一年时间里我们最多能观测到\_\_\_\_次日食.  
(A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6

12. (仅高年组)某A7型恒星( $M_v = 0.95^m$ ,  $B - V = 0.2^m$ ), 观测得其 $m_v = 8.3^m$ ,  $m_b = 9.7^m$ , 该恒星的色余为\_\_\_\_  
(A)  $1.2^m$  (B)  $1.6^m$  (C)  $8.8^m$  (D)  $9.0^m$

13. (仅高年组)以下深空天体距离我们最远的是\_\_\_\_  
(A) M64 (B) M87 (C) M101 (D) M110

## II. 简答题

14. (低年组) 火星的月亮

火卫一和火卫二是火星的两颗天然卫星, 它们的运行方式与地月系统非常相似. 最大的不同就是它们的公转轨道几乎位于火星赤道正上方, 且非常接近正圆.

- (1) 计算位于火星赤道附近的一位观测者(可能是某种行动力很差的火星生物), 连续两次看到火卫一升起的时间间隔.  
(2) 计算这位观测者连续两次看到火卫二升起的时间间隔.  
(3) 描述这位观测者看到火卫一和火卫二升落的方位.

15. (低年组和高年组) 选择目镜

我们知道, 人眼的分辨率大约为2角分. 某学校的天文社有两台天文望远镜, 一台口径为150 mm, 焦比为f/10, 另一台口径为100 mm, 焦距为600 mm. 社长打算给这两台望远镜各配一只目镜, 让大家在观测时既能充分利用到望远镜的分辨率又不至于倍率太高导致成像太暗或视场太小. 社长发现某品牌有如下焦距的目镜可供选择: 30 mm, 18 mm, 10.8 mm, 6.7 mm, 3.9 mm.

请通过必要的计算和说明帮社长决定应该给这两台望远镜分别配置哪只目镜?

16. (低年组和高年组) FAST

参数	数值
主动反射面口径	500 m
有效照明口径	300 m
焦比	0.4611
天空覆盖	天顶角俯仰40°
系统温度	25 K
工作频率	70 MHz–3 GHz
天线效率	57%

表1 FAST望远镜的总体技术指标

中国500米口径球面射电望远镜(FAST)坐落于贵州平塘县, 望远镜的相关参数如表1所示.

- (1) 计算FAST可观测天区的范围.

- (2) 射电望远镜的本征灵敏度可以用有效接收面积和系统温度之比来表示. 有效接收面积  $A_{\text{eff}}$  并不等于几何面积  $A_{\text{geo}}$ , 而是取决于望远镜的天线效率  $\eta = A_{\text{eff}}/A_{\text{geo}}$ , 粗略估算在天顶距  $20^\circ$  范围内, FAST 的本征灵敏度.
- (3) 2018年, FAST 成功观测到毫秒脉冲星 J0318+0253 自转周期为 5.19 毫秒, 并通过 FAST 与 费米  $\gamma$  射线空间望远镜 (Fermi-LAT) 的国际合作认证了此次新发现. 请忽略自转导致的 赤道部分凸起, 并假设脉冲星保持为球状, 预估其最小密度.

### 17. (低年组和高年组) 火星天文馆

2057年, 人类开启登陆火星之旅, 在火星上以 1:1 的比例, 按北京天文馆的样貌建设一座火星天文馆. 但因遭遇沙尘暴袭击, 全部电子通讯设备被毁, 只有建好的天象厅外部构架仍坚挺在火星表面. 沙尘暴结束后, 火星小组成员能够找到的材料只有闪闪发光的银色保温膜.

请通过具体数值计算, 判断小组成员能否利用天象厅外部构架和保温膜搭建联络装置与地球建立联系, 说明原因. 假设地球望远镜能够随时观测到火星.

### 18. (高年组) 垂直发射的炮弹

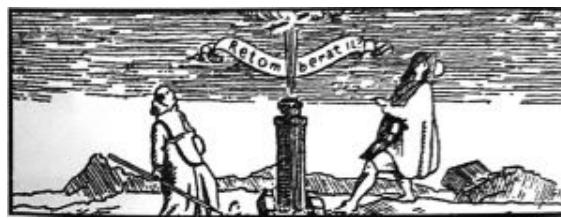


图1

垂直发射的炮弹是否会落回炮口, 这是很久以前曾出现过的争论.

考虑在赤道处从地面垂直向上发射一颗炮弹, 忽略空气影响, 则:

- (1) 当弹丸落回地面时, 落点会正好位于炮口、位于其东侧、还是位于其西侧, 列出判断依据.
- (2) 设弹丸发射的初速为  $V_0$ , 弹丸飞行高度远小于地球半径. 推导落点到炮口的距离与  $V_0$  的关系, 请列出过程.

#### 【提示】

在推导中你可能用到以下参数:

地球自转角速度  $\omega_0$

地球半径  $R$

重力加速度  $g$

还可能用到以下公式:

开普勒定律

$$\frac{1}{1+x} \approx 1-x, \quad |x| \ll 1$$

$$\frac{1}{(1+x)^2} \approx 1-2x, \quad |x| \ll 1$$

# 2020年全国中学生天文知识竞赛决赛试题

河北 廊坊 2020年11月10日

## I. 选择题

1. ( ) (仅低年组) 月球相对背景恒星的运动方向是\_\_\_\_\_.  
(A)自西向东 (B)自东向西 (C)自南向北 (D)自北向南
2. ( ) (仅低年组) 银河系大约有\_\_\_\_\_ $\times 10^{10}$ 颗恒星.  
(A) 0.1 (B) 1.0 (C) 10.0 (D) 100.0
3. ( ) (仅低年组) 中国古代有漫长的测影传统, 下列仪器用来测定方向的是\_\_\_\_\_.  
(A)日晷 (B)圭表 (C)正方案 (D)水运仪象台
4. ( ) 现今北黄极在赤道坐标系中的位置是\_\_\_\_\_.  
(A)赤经0h00m, 赤纬66°34' (B)赤经6h00m, 赤纬66°34'  
(C)赤经18h00m, 赤纬66°34' (D)赤经0h00m, 赤纬53°34'
5. ( ) 2020年7月23日, 中国发射了天问一号探测器, 计划一步实现火星“环绕、着陆、巡视”三个目标, 其中“巡视”任务将由火星车完成, 火星车的设计寿命为\_\_\_\_\_.  
(A) 30天 (B) 61天 (C) 92天 (D) 123天
6. ( ) 下面哪个选项按照正确的时间顺序描述了宇宙早期演化经历的各个阶段?  
(A)暴胀——大爆炸——黑暗时代——宇宙发出第一缕光  
(B)暴胀——大爆炸——宇宙发出第一缕光——黑暗时代  
(C)大爆炸——暴胀——黑暗时代——宇宙发出第一缕光  
(D)大爆炸——暴胀——宇宙发出第一缕光——黑暗时代
7. ( ) 目前已知本星系群中包含超过50个星系. 下面\_\_\_\_\_不属于本星系群.  
(A) M110 (B) M87 (C) M33 (D) M32
8. ( ) 射电脉冲星拥有很精确的脉冲周期, 有很多实际用途, 以下哪项不属于它们的应用?  
(A)探测引力波 (B)验证引力理论 (C)导航 (D)寻找地外生命
9. ( ) 猎户座的参宿七和参宿四分别是蓝超巨星和红超巨星, 根据其颜色, 我们可以大概推知其色指数 $B - V$ 较大的是\_\_\_\_\_.  
(A)参宿七 (B)参宿四 (C)一样大 (D)无法判断
10. ( ) 影响恒星光谱谱线宽度的因素可能包括\_\_\_\_\_.  
(A)压力、碰撞 (B)压力、多普勒效应  
(C)碰撞、多普勒效应 (D)压力、碰撞、多普勒效应
11. ( ) (仅高年组) 宇宙中第三丰富(质量比)的元素是\_\_\_\_\_.  
(A)氧 (B)硅 (C)铝 (D)铁

12. ( ) (仅高年组) 一次日食带主要位于地球中纬度地区的日全食, 全食带最东端看到的食甚时刻比最西端晚大约\_\_\_\_\_.
- (A) 1小时 (B) 3小时 (C) 6小时 (D) 12小时
13. ( ) (仅高年组) 一个类星体的热光度为  $L_{\text{bol}} = 10^{47} \text{ erg/s}$ , 它的中心黑洞质量为  $M_{\text{BH}} = 10^9 M_{\odot}$ . 已知  $L_{\text{edd}} = 1.26 \times 10^{38} (M_{\text{BH}}/M_{\odot}) \text{ erg/s}$ , 此类星体的爱丁顿比率(Eddington ratio)是\_\_\_\_\_.
- (A) 1.26 (B) 0.59 (C) 0.79 (D) 0.89

## II. 简答题

### 14. (仅低年组) 土星环缝

土星环是太阳系八颗行星中最突出的行星环, 土星环中存在由于共振而产生的缝隙, 其中最为明显的是卡西尼环缝. 假设我们将发射一个探测器来近距离观测土星环缝的结构, 其角分辨率为5 arcsec, 探测器与土星之间最近的距离为825000千米, 请问该探测器能够探测到土星光环的最窄缝隙为多大?

### 15. (仅高年组) 主序星占比

假设诞生的恒星中最大和最小质量分别是100和0.08个太阳质量, 依据Salpeter初始质量函数估算银河系中类太阳G型主序星占多少比例.

提示:

Salpeter初始质量函数是:  $\frac{dN}{dM} = kM^{\alpha}$ , 这里  $k$  是归一化常数, 指数  $\alpha = -2.35$ .

对上式积分可以得到:  $N = \frac{k}{\alpha + 1} [M_{\text{upper}}^{\alpha+1} - M_{\text{lower}}^{\alpha+1}]$ , 这里  $M_{\text{lower}}$  和  $M_{\text{upper}}$  分别代表最小恒星质量0.08和最大恒星质量100.

### 16. (低年组和高年组) 灶神星冲日

对于地球来说, 当行星或小行星运行到与太阳相反的方向时, 我们称其为冲日. 对于火星或者小行星带的天体, 由于距离地球较近, 近日点的冲日就会比一般的冲日更亮, 也就是所谓的“大冲”. 灶神星(Vesta)是小行星带中最大的成员之一, 它于1807年3月29日被德国天文学家奥伯斯发现. 灶神星的近日点和远日点分别为2.151 au和2.572 au. 上次大冲发生在2018年6月20日, 视星等达到5.1等. 假设灶神星轨道和地球轨道共面, 且其运动不受火星和木星的影响.

- (1) 计算下次仍然发生在5–6月左右的大冲的年月日.  
 (2) 计算灶神星在远日点冲日(小冲)时的视星等.

### 17. (低年组和高年组) 脉冲星

射电脉冲星绝大多数都是孤立的中子星, 而X射线脉冲星绝大多数都是一个中子星和一个正常的光学伴星组成的双星系统, 中子星通过引力吸积光学伴星的物质发射强烈的X射线辐射. 如果中子星的质量约为1.4个太阳质量, 求X射线脉冲星的最大可能光度.

提示: X射线脉冲星的辐射(光)照射物质的时候, 会对被照射的物质产生向外的辐射压力, 当辐射压力超过中子星引力的时候, 脉冲星就不能吸积物质了.

辐射压力 =  $[L/(4\pi r^2)]\sigma/c$ , 其中  $L$  是脉冲星的光度, 光散射截面  $\sigma = 6.7 \times 10^{-25} \text{ cm}^2$ .  $r$  是距离脉冲星中心的距离.

### 18. (低年组和高年组) 新彗星颗粒的命运

今年新彗星(Neowise)吸引了无数眼球. 一般彗星会释放出不同尺寸的颗粒, 假设一个脱离了彗核的彗星颗粒(其尺寸为 $D$ )在太阳系内只受到太阳的万有引力和太阳辐射压力的作用, 则存在一个彗星颗粒临界尺寸 $D_0$ , 使得该颗粒受到的引力和辐射压力平衡, 请估算 $D_0$ 的值, 并说明尺寸大于 $D_0$ 和小于 $D_0$ 的Neowise彗星颗粒的命运将分别是什么?

### 三. 选拔赛试题

## 2011年全国中学生天文奥林匹克竞赛选拔赛试题

中国 北京 2011年5月2日

### I. 理论部分

#### 1. (低年组) 恒星观测

某晚观测发现, 一颗赤经 $\alpha = 1^{\text{h}}20^{\text{m}}05^{\text{s}}$ , 赤纬 $\delta = 5^{\circ}15'10''$ 的恒星通过子午圈的时刻为21:33, 当时其地平高度为 $55^{\circ}10'08''$ . 之后测得一颗坐标未知的恒星上中天的时刻为22:03, 当时其地平高度为 $43^{\circ}20'25''$ , 问:

- (1) 观测地的地理纬度是多少?
- (2) 这颗坐标未知的恒星的赤经和赤纬分别是多少?

#### 2. (高年组和低年组) 木星落山

请估算(至少是粗略估计), 当木星冲日时, 在北京延庆学生军训基地(即本次考试地)观测, 从木星视圆面下缘与地平相切直到木星视圆面完全消失在地平线下的整个过程(即木星落山)需要多长时间? 大气折射对你的计算结果有何影响? 假设地球、木星轨道为正圆并且共面, 木星轨道半长径为5.2 AU, 赤道半径为71500 km.

#### 3. (高年组和低年组) 黄道

位于地球某处的观测者, 在昨晚的某一时刻观测土星, 他注意到这时黄道上的每一点都有一种奇异的性质: 这点和南天极的角距离刚好等于这一点的天顶距. 不考虑大气折射, 求观测者的地理纬度, 并估算他的观测时刻.

#### 4. (高年组和低年组) 手表辨向

春分那天, 一群北京旅行者在新疆的楼兰古城遗址附近(约为东经90°, 北纬40°)迷失了方向, 他们决定利用手表辨别方向: 先根据经度把手表时间调整成当地的地方时, 再按24小时制读出手表上的时刻 $t$ , 将此时刻换算成小时数并除以2, 得到一个数 $T$ . 然后把手表平放在手上或者地上, 让表盘上的 $T$ 刻度对准太阳, 这时手表表面12点所指的方向大致上就是北方. 有句口诀可以方便记忆: “时间折半对太阳, 12点指向是北方.”

已知春分这天, 地方时 $t$ 时刻(以小时为单位)太阳的方位角 $A$ (从北点向东起量)满足以下公式:

$$\tan A = \tan[(t - 12) \times 15^{\circ}] / \sin \varphi$$

$\varphi$ 为当地地理纬度. 以 $t$  (小时)为横坐标、手表辨向的误差(度)为纵坐标作图, 据图求:

- (1) 手表辨向产生的最大误差大约为多少度? 并指出此时所定出的北方比实际方向偏东还是偏西? 此时的地方时为多少? 北京时间为多少?
- (2) 如果辨别方向时, 他们忘了把手表时间调整成地方时, 手表辨向产生的最大误差为多少? 最小误差为多少? 误差最小时的地方时为多少? 北京时间为多少?
- (3) 假设他们的操作没有任何偏差、手表也走时准确, 除了上述误差外, 还有哪些天文因素可能导致误差?

5. (高年组和低年组) 分子云

一团密度为地面大气0.5倍, 温度为1200 K的氢分子云若能形成恒星, 请估算云的大小.

6. (高年组) 火星飞船

从地球发射一艘飞船, 它迅速加速到与地球的日心轨道同向的最大速度, 因此飞船的轨道是以太阳为焦点的抛物线, 掠过地球轨道. 假设地球和火星的公转轨道为处在同一平面的圆, 地球轨道半径为1 AU, 火星轨道半径为1.5 AU. 并且假定在飞船飞行的绝大部分时间里只考虑太阳的引力作用, 在飞船与行星相遇时, 只考虑行星的引力作用.

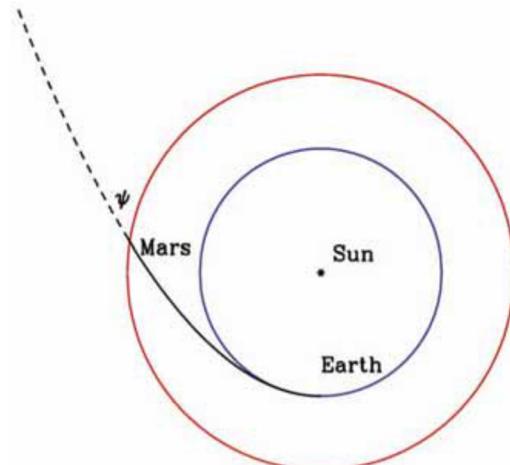


图1: 飞船的轨迹(未按比例). 内圆是地球轨道, 外圆是火星轨道.

- (1) 当飞船穿越火星轨道时, 求飞船轨道与火星轨道的夹角 $\psi$ (图1), 不必考虑火星的引力.
- (2) 假定飞船穿越火星轨道时, 火星刚好在轨道交点附近, 对于火星上的观测者来说, 在飞船明显受到火星引力作用前, 飞船的速度和方向(相对于太阳)是怎样的?

## II. 实测部分

※(待补充)

# 2012年全国中学生天文奥林匹克竞赛选拔赛试题

新疆 乌鲁木齐 2012年4月30日

## I. 理论部分

### 1. (低年组) 同步轨道卫星

一颗地球同步卫星，其地面信号接收站的位置为 $98^{\circ}\text{E}$ 、 $40^{\circ}\text{N}$ ，卫星定点位置与 $98^{\circ}\text{E}$ 经线在同一平面内。已知地球半径 $R$ 、自转周期为 $T$ 、表面重力加速度 $g$ 、光速 $c$ 都是常量。试求该同步卫星发出的信号传到接收站所需的时间(用题目中给出的已知量的符号表示)。

### 2. (低年组) 星等

天狼星目前的距离为2.7秒差距，由于天狼星的运动，它与地球的距离每年减少8万千米。计算经过多少年后，天狼星的亮度能够增大一倍？

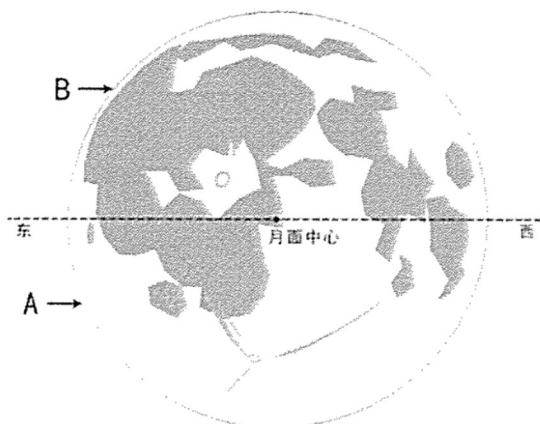
### 3. (低、高年组) 月全食

在发生月全食时，通过对初亏、生光等现象的发生时刻计时，计算出地-月距离。下图为某次月全食的记录图，月面从A点开始变暗(称为“初亏”，即月球与地球本影锥第一次外切)，慢慢地整个变为红铜色，然后从B点开始变亮(称为“生光”，即月球与地球本影第二次内切)，恢复正常。从初亏到生光的持续时间为 $2^{\text{h}}20^{\text{m}}30^{\text{s}}$ 。

已测得本次月食发生时，月亮的视直径为 $0.52^{\circ}$ 。月亮的公转周期为27.32天。忽略全食阶段地球的公转运动。

- (1) 画出地球观测者所见到的月亮在地影里的运行路线示意图，注明东、西方向。需标出初亏与生光时月面和地影的相对位置。地影和月面可用圆圈表示。
- (2) 计算遮掩月面的地球影锥的视直径与月亮的视直径之比。
- (3) 求出月亮在地影里的运行路线与东西方向的夹角。将它的数值与黄白交角相比较。据此判断，本次月食可能发生在以下哪一天：春分、秋分、夏至、冬至？说明理由。

说明：古希腊天文学家Aristarchus (约公元前310~前230年)最早提出了利用月食测量地月距离的方法，他使用了两个当时的已知量：1. 遮掩月面的地球影锥的视直径与月亮的视直径之比；2. 地影的长度为地球直径的108倍。第一个数可能就是用本题的方法得出的。



### 4. (低、高年组) 恒星观测

2012年6月16日进行目视观测，所记录的时间为世界时(UT)。一个观测者观测到一颗恒星经过天顶的时间为 $0^{\text{h}}18^{\text{m}}$ ；在 $8^{\text{h}}18^{\text{m}}$ 时，该恒星的地平高度为 $87^{\circ}12'$ 。找出观测者所在的地

理纬度.

### 5. (高年组) 恒星光谱

观测一颗恒星(单星, 不是双星中的子星)的光谱, 其二次电离氧的一条谱线因多普勒位移, 波长变为5012埃. 在实验室中该谱线的静止波长为5007埃. 另外还测得这颗恒星的自行 $\mu$ 为1角秒/年, 距离为60 pc. 该恒星的视向和切向速度各为多少?

### 6. (高年组) 掩体计划

科幻巨著《三体3: 死神永生》中, 提到了通过掩体计划来避免黑暗森林打击, 即在木星、土星、天王星、海王星的背阳面建造太空城, 通过轨道维持发动机让太空城永远处于这四颗巨行星的阴影中, 这样太阳即使被黑暗森林打击的光粒摧毁, 爆发时喷出的物质也会被这四颗巨行星挡住, 而不会伤及背阳面的太空城.

为了令轨道维持使用尽可能少的能量, 应该把太空城置于太阳与巨行星的第二拉格朗日点( $L_2$ )处. 以木星为例, 它的 $L_2$ 点位于太阳和木星连线的延长线上, 位于该点的小质量天体受太阳和木星的引力共同作用, 其公转周期正好与木星相等, 相当于与木星一起同步绕太阳公转, 理论上不需要任何动力就能永远维持在木星相对于太阳的另一面. 当然, 这个轨道不稳定, 一旦因为某些原因太空城离开了该点, 它不会自动回来. 所以仍然需要少量的轨道维持, 但这个点确实是最省能量的位置.

已知太阳质量约为332946个地球质量, 直径约为139.2万千米; 木星质量约为317.8个地球质量, 且可以视为直径约14万千米的球形.

- (1) 推导并计算出太阳-木星系统的第二拉格朗日点离木星中心的距离. 将太空城置于该点, 是否处于木星背向太阳的阴影中?

提示: 该点到木星的距离远小于木星到太阳的距离. 可能用到的近似公式: 当  $x \ll 1$  时,  $(1 + x)^n = 1 + nx$ .

- (2) 如果(1)成立, 我们在该点建造地球大小(直径约12800千米)的超级太空城(质量比地球小得多), 其整体是否仍能处于木星的阴影保护中? 如果否, 请说明理由.

## II. 实测部分

### 7. (低年组) 测量星等

测量恒星的星等时, 需要考虑背景天光亮度、大气消光等诸多因素. 大气消光的计算方法为:  $m = m_0 + K \cdot X$ , 其中  $m$  为当恒星的天顶距为  $z$  时它的大气内星等,  $m_0$  为它的大气外星等,  $K$  为大气消光系数,  $X$  称为“大气质量”, 也就是我们观测到的这颗星的星光所穿过的大气厚度与天顶处大气厚度的比值. 通常可以将大气视作一层层均匀的平行平面, 当地平高度  $h \geq 15^\circ$  (即  $z \leq 75^\circ$ ) 时, 有:  $X \approx 1/\sin h$ .

观测一颗  $m_0 = 13.2$  等的标准星 A, 每次曝光的时间都是 50 秒, 探测器记录下的光子计数如下表:

地平高度	A星+背景天光的总流量计数	背景天光流量计数
90°	824512	100902
85°	824800	100434
70°	820523	100030
60°	824320	112111
45°	804126	113223
30°	752515	113121

- (1) 在曝光时间相同的情况下, 我们可以通过仪器读数计算出观测到的 A 星的大气内“仪器

星等”为:  $m = -2.5 \lg N$ . 完成下表(誊写在答题本上), 并通过作图求消光系数  $K$  (以  $x$  为横坐标,  $m$  为纵坐标).

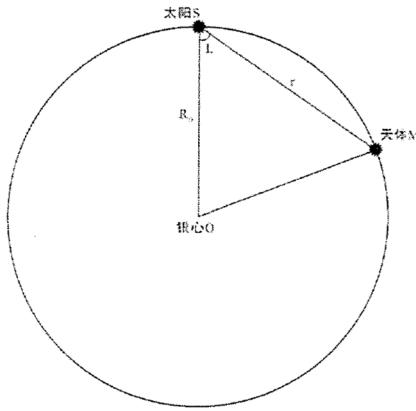
地平高度	A星流量计数 $N$	$x$ (大气质量)	$m$ (仪器星等)
90°			
85°			
70°			
60°			
45°			
30°			

- (2) 求这颗标准星的大气外仪器星等  $m_0'$ . 找出这套系统测量出的仪器星等与标准星等的差值  $C$ ,  $C$  称为本套系统的“定标常数”.
- (3) 同一晚上用这套设备观测了另外一颗地平高度为 57° 的恒星 B, 50 秒曝光得到的总计数为 500000 个, 求它的大气外星等.

#### 8. (低、高年组) 银河系常数

太阳在绕银河系中心旋转(轨道几乎为圆形), 它到银心的距离  $R_0$  和公转速度  $V_0$  是重要的天文参数. 在太阳的公转轨道上, 还有许多天体也在绕银心旋转, 通过测量它们的距离  $r$ 、切向速度  $v_1$  以及银经, 可以很方便地求出  $R_0$  与  $V_0$ .

注: 天体的银经(记为  $L$ )是指从太阳系看上去, 该天体与银心的夹角, 从银心所在处起量(即银心的银经为 0°). 如下图所示.



- (1) 如果让你挑选一些天体来测量  $R_0$ 、 $V_0$ , 列出至少三个你认为最重要的选择依据, 说明原因.

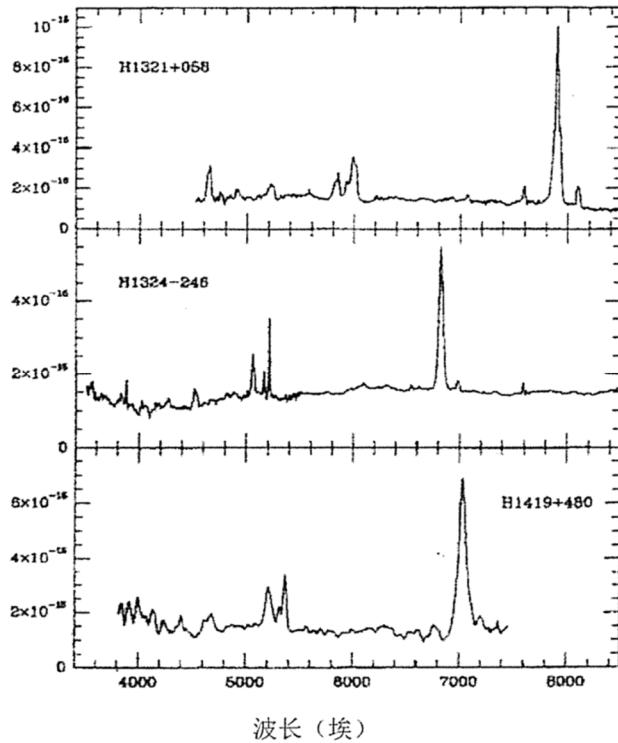
提示: 可以从天体的速度、位置、距离等参数上进行考虑.

- (2) 推导出根据  $r$ 、 $L$ 、 $v_1$  求  $R_0$ 、 $V_0$  的表达式.
- (3) 下表列出了一些公转轨道与太阳非常接近的天体的测量数据, 求  $R_0$  (以 kpc 为单位).

名称	$L$ (°)	$r$ (kpc)
S104	74.79	4.40
BBW287	283.76	3.73
BBW311	287.22	10.00
W49	43.17	11.40

## 9. (高年组) 类星体

下图是三个类星体的光谱.



最显著的谱线是  $H_{\alpha}$ , 其静止波长为 6562 埃. 哈勃常数取  $H_0 = 70 \text{ km/s/Mpc}$ .

- (1) 求三个类星体的红移  $z$ ;
- (2) 求三个类星体的退行速度;
- (3) 估算三个类星体的距离;
- (4) “爱丁顿极限”被定义为恒星(发光源)连续辐射产生的向外的压力与向内的引力达到流体静力学平衡时的最大光度. 一旦某恒星的光度超过了爱丁顿极限, 就会从恒星外壳产生连续辐射驱动的强烈星风. 由于绝大多数恒星的光度都远小于爱丁顿极限, 因此通常恒星的星风是由强度较低的吸收线产生的. 爱丁顿极限的定量计算公式为:

$$L_{\text{edd}} = \frac{4\pi GMm_p c}{\sigma_T}$$

其中  $m_p = 1.67 \times 10^{-27} \text{ kg}$ , 为质子质量;  $\sigma_T = 6.6 \times 10^{-25} \text{ cm}^2$ , 为汤姆逊电子散射截面,  $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$ , 为万有引力常数. 假设用包括一个质量为  $10^7$  个太阳质量的超大质量黑洞来建立最远的类星体的模型, 请判断是否与爱丁顿极限矛盾? 并说明原因.

# 2013年全国中学生天文奥林匹克竞赛选拔赛试题

云南 昆明 2013年4月30日

## I. 理论部分

### 1. (低年组) 视差

在我们所处的星系空间区域, 恒星间的平均距离大约为6光年, 假设我们用来测视差的干涉仪设备的测量精度(或误差)为 $\pm 0.001$ 角秒. 我们星系中有多少颗恒星的视差可以被该干涉仪测量出来?

### 2. (低年组) 望远镜

一位在昆明的爱好者观测赤纬为 $60^\circ$ 的一颗恒星, 使用的望远镜放大倍率为60, 视场为 $1^\circ$ . 由于望远镜的跟踪系统没有调整好, 比要求的标准快了 $1/60$ . 计算在不改正望远镜跟踪的条件下, 这位爱好者在望远镜中看到这颗恒星的时间为多久?

### 3. (低、高年组) 流星雨

流星是爱好者热衷观测的天文现象, 流星雨是有相近轨道或起源、发生在同一时间段的一群流星. 一般的流星发生在100 km左右的高空; 火流星是速度很慢, 从而能够深入到低层大气的流星. 流星雨时常常有两个或更多站点同时观测, 配以旋转快门后, 可以得到每颗流星的位置和速度. 英仙座流星雨的母彗星是周期约130年的109P斯威夫特-塔特尔普星, 其极大可以持续一天左右, 活动期则长达一个月; 即使是峰值较窄的象限仪座流星雨的活动期也有半个月左右. 本题所涉及天体和流星雨均为假想情况. 有一颗彗星600P/Abc, 轨道倾角为 $0.12^\circ$ , 半长径 $a = 25$  au,  $q = 0.50$  au, 我们观测到它很有可能是历史上有爆发记载的著名流星雨SHC的母彗星. 该流星雨在6月20日前后达到极大.

(1) 该彗星是否还可能造成其他流星雨? 如果可能, 假设它叫做SMC, 估算SMC的活跃时间(给出日期即可); 假设你每年只能观测这两个流星雨中的一个, 而它们的预报流量又几乎一样, 你会选择哪个? 说明理由. 如果不可能, 说明原因. (提示: 焦距为 $p$ 的抛物线 $y = x^2/2p$ , 其焦点在 $(0, p/2)$ 处)

(2) 估算SHC的辐射点黄经(黄经从春分点向东计量); 它位于哪个星座? SHC可能有多少年的爆发周期? 如果SMC存在, 估算SMC的辐射点黄经和所在星座. (已知抛物线轨道在距太阳1 au处的轨道速度 $\sqrt{2}$ 倍地球速度)

(3) (仅高年组) 有天文爱好者查阅了周期彗星表, 发现另有一颗周期彗星770P/Cba的轨道也在6月20日时与地球轨道颇为接近, 彗星在这里从地球轨道外侧进入内侧. 770P 的轨道倾角为 $0.51$ 度,  $a = 3.03$  au,  $q = 0.55$  au. 根据已给条件判断, 该彗星有没有可能是SHC的母彗星? (提示, 使用开普勒第二定律, 并画图解释) 假如有可能是SHC的母彗星, 如何通过观测数据判断600P和770P哪个才是SHC的母彗星?

### 4. (低、高年组) 宇宙密度

如果宇宙临界密度与“正常”物质(也称重子物质, 不是暗物质)的密度相等, 约为 $10^{-28}$  kg/m<sup>3</sup>, 相应的哈勃常数是多少? 与最新的宇宙学观测结果符合吗?

### 5. (高年组) 活力公式

用你在物理课上学过的知识证明开普勒第二定律; 考虑行星的椭圆轨道, 利用开普勒第二定律等相关知识得到天体力学中经常用到的“活力公式”.

## 6. (高年组) 分子云

一颗由分子云塌缩形成的恒星, 光度为 $L$ . 有一颗行星围着它做圆轨道运动, 轨道半径为 $D$ , 半径为 $r$ , 反照率为 $\alpha$ . 假设在平衡状态下, 行星吸收的能量都作为一个黑体辐射出去.

- (1) 最初塌缩成恒星的分子云云块(密度为 $p$ 、温度为 $T$ )半径 $R$ 至少需要多大?
- (2) 行星反射光度 $L$ , 是多大?
- (3) 若行星总是一面朝着恒星, 则亮面的平均温度 $t$ 是多少?

## II. 实测部分

### 7. (低年组) 活动星系核

2013年是类星体发现50周年. 类星体是活动星系核的一类. 活动星系核的中心大多是超大质量黑洞. 在黑洞周围存在由物质构成的吸积盘, 吸积盘两端沿法线方向形成高速喷流. 除了类星体, 活动星系核还包括塞弗特星系、射电星系、蝎虎座BL型天体等. 类星体具有非常大的红移, 光度很高, 一般都有光变(时标为几年). 光谱中有发射线, 在照相底片上具有类似恒星的像. 塞弗特星系是最早被证认的活动星系核. 特点是核的亮度高, 具有强的高电离发射线, 谱线很宽, 强大、变化的X射线, 很强的红外辐射. 射电星系具有很强的射电辐射, 大部分有两个辐射源, 称为双源型射电星系. 蝎虎座BL型天体星系核非常亮, 短时间曝光和恒星很类似. 光度具有很快的变化, 射电辐射有很强的偏振, 大多存在亮度越大, 色指数(同一天体在任意两个波段内的星等差, 短波段星等减长波段)越蓝的情况. 表1中给出一颗天体的观测数据. 请选取适当的数据回答下列问题:

表1

Date (JD)	mag_c	err_c	mag_o	err_o
2444696	17.223	0.013	15.362	0.008
2444849	17.216	0.008	15.357	0.009
2444996	16.697	0.004	15.016	0.007
2445121	14.783	0.010	13.832	0.009
2445157	15.183	0.013	13.997	0.008
2445304	15.894	0.015	14.405	0.008
2445381	14.897	0.009	13.945	0.007
2445444	16.033	0.019	14.528	0.005
2445608	17.222	0.014	15.361	0.019
2445756	17.159	0.005	15.332	0.008
2445893	17.211	0.016	15.355	0.019
2446041	17.126	0.006	15.313	0.008
2446192	17.104	0.016	15.301	0.001
2446341	17.251	0.017	15.376	0.020
2446498	17.232	0.002	15.365	0.016
2446658	17.219	0.014	15.359	0.005
2446809	17.191	0.018	15.340	0.018
2446959	17.148	0.011	15.327	0.010
2447100	17.161	0.012	15.333	0.010
2447259	17.163	0.006	15.334	0.005
2447409	17.265	0.002	15.385	0.002
2447542	17.108	0.015	15.304	0.004
2447696	17.286	0.008	15.398	0.004
2447840	17.270	0.010	15.389	0.006
2447996	17.128	0.016	15.315	0.003
2448151	17.238	0.016	15.368	0.018
2448290	17.108	0.003	15.304	0.014

2448443	17.179	0.007	15.337	0.019
2448596	17.119	0.006	15.309	0.012
2448753	17.162	0.011	15.334	0.008
2448907	17.153	0.007	15.331	0.019
2449055	17.100	0.002	15.298	0.006
2449205	17.122	0.009	15.310	0.014
2449359	17.240	0.008	15.369	0.005
2449499	17.171	0.002	15.335	0.008
2449646	16.221	0.015	14.606	0.004
2449783	14.937	0.013	13.983	0.007
2449959	16.378	0.013	14.751	0.014
2450046	15.012	0.009	13.822	0.011
2450091	16.675	0.013	15.007	0.004
2450243	17.183	0.008	15.338	0.001
2450399	17.296	0.018	15.403	0.015
2450540	17.278	0.019	15.393	0.003
2450694	17.112	0.006	15.305	0.002
2450847	17.103	0.013	15.300	0.016
2450999	17.249	0.004	15.374	0.001
2451142	17.215	0.010	15.357	0.015
2451305	17.105	0.008	15.302	0.017
2451441	17.233	0.014	15.366	0.005
2451595	17.135	0.014	15.319	0.002
2451756	17.120	0.013	15.310	0.015
2451902	17.206	0.011	15.350	0.003
2452052	17.273	0.016	15.390	0.016
2452203	17.289	0.011	15.399	0.007
2452350	17.132	0.007	15.315	0.015
2452501	17.241	0.009	15.369	0.007
2452643	17.104	0.004	15.301	0.016
2452795	17.106	0.002	15.302	0.019
2452944	17.295	0.004	15.403	0.007
2453105	17.230	0.006	15.365	0.018
2453249	17.204	0.016	15.350	0.017
2453399	17.213	0.018	15.355	0.020
2453556	17.221	0.004	15.360	0.016
2453691	17.145	0.004	15.325	0.019
2453845	17.291	0.006	15.400	0.011
2454001	17.183	0.015	15.338	0.012
2454153	17.114	0.001	15.305	0.001
2454203	17.123	0.010	15.311	0.008
2454296	16.249	0.012	14.628	0.009
2454461	14.080	0.011	13.222	0.018
2454589	16.231	0.006	14.612	0.002
2454726	14.503	0.013	13.600	0.012
2454903	16.115	0.018	14.503	0.003
2455030	17.249	0.018	15.374	0.003

- (1) 通过作图证明该天体存在光变周期并给出数值.
- (2) 结合背景知识, 判断目标源的类型.
- (3) 根据作图结果与背景知识, 分析光变的成因.

## 8. (低、高年组) 恒星测光

测光是天文观测中非常重要的工作. 在不同的波段下, 测量出的恒星亮度常常并不相同. 总亮度相同的两颗恒星, 偏红的一颗在红色波段下比另一颗更亮, 而偏蓝的一颗在蓝色波段更亮. 然而使用统一滤镜的天文学家仍然会测出不同的星等, 因为他们使用的CCD对不同波长的响应略有不同, 这就需要对观测到的测光星等做“滤镜改正”. 对天文爱好者来说, 数码相机的r、g、b三通道约略等于标准的R、V、B. 观测发现, 对多数恒星而言, 假设标准测光系统下其三个波段的星等(即星表中的星等)为B, V, R, 非标准滤镜下的星等(即用自己的器材实测的星等)为b, v, r, 则六个星等中任意两组星等差(即色指数)之间有线性关系. 比如 $V - B$ 和 $v - b$ 线性相关,  $V - v$ 和 $b - r$ 也线性相关, 等等. 这就是“滤镜改正”的原理.

下面是北京某爱好者在某个晴朗的夜晚在市区内用数码单反和50 mm镜头对天琴座所做的测光数据. 表2中列出了观测到的10颗标准比较星的三个波段的星表星等B、V、R以及改正前观测星等b、g、r. (b、g、r的零等标准是通过某种确定的方法选定的.) 表2中星表星等误差均可认为在0.1等左右, 改正前观测星等误差平均约0.02等.

表2

Name	B	V	R	$V - R$	$B - V$	b	g	r	$g - r$	$b - g$	$V - g$
$\beta$ Lyr	?	?	/	/	?	-1.12	-0.94	-0.91	-0.03	-0.18	?
32	3.19	3.24	3.24	0.00	-0.05	-1.34	-1.11	-1.05	-0.06	-0.23	4.35
43	5.98	4.30	2.49	1.81	1.68	0.74	0.09	-0.45	0.54	0.65	4.21
44a	4.24	4.39	4.47	-0.08	-0.15	-0.28	-0.01	0.05	-0.06	-0.27	4.40
44b	5.62	4.36	3.51	0.85	1.26	0.56	0.12	-0.31	0.43	0.44	4.24
49	6.40	4.93	3.93	1.00	1.47	1.31	0.73	0.29	0.44	0.58	4.20
51	5.32	5.12	4.93	0.19	0.20	0.68	0.82	0.83	-0.01	-0.14	4.30
53	5.17	5.28	5.34	-0.06	-0.11	0.63	0.88	0.99	-0.11	-0.25	4.40
54	5.32	5.42	5.46	-0.04	-0.10	0.74	0.98	1.07	-0.09	-0.24	4.44
56	5.43	5.58	5.67	-0.09	-0.15	0.87	1.13	1.25	-0.12	-0.26	4.45
61	5.98	6.09	6.15	-0.06	-0.11	1.47	1.73	1.80	-0.07	-0.26	4.36

(1) 把10颗比较星的数据画在图1, 图2中(不用画误差棒). 分别画出拟合的直线.

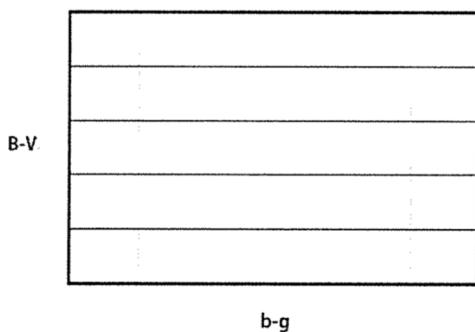


图1

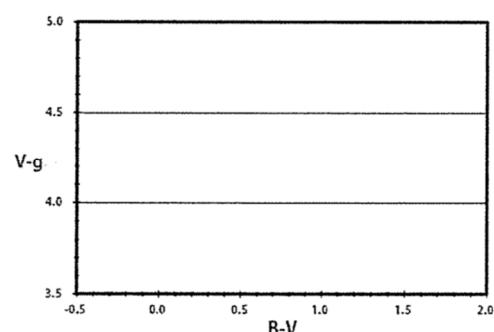


图2

(2) 根据图1和图2拟合出的直线(即滤镜修正), 填出表1中画?的空.

$$B - V = \underline{\hspace{2cm}}; V - g = \underline{\hspace{2cm}}; V = \underline{\hspace{2cm}}; B = \underline{\hspace{2cm}}.$$

我们没有计算有关r波段的数据, 部分原因是r和R滤镜相差过远, 导致涉及r和R的色指数间均有偏离线性的关系. 如图3, 虚线是三次曲线拟合的结果.

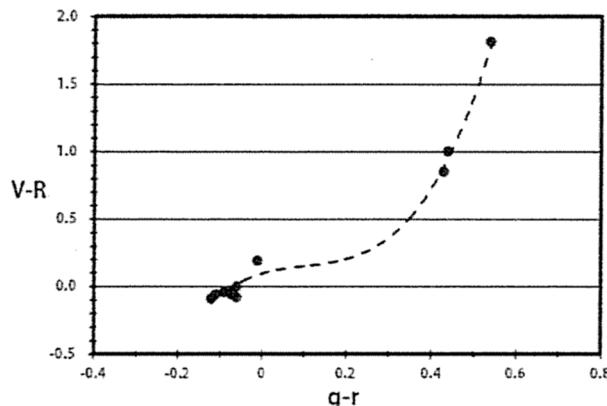


图3

- (3) 该爱好者2天后又进行了一次观测. 在以下何种条件下仍然可以用图1、图2来做修正? 说明理由. (选择范围最大且叙述正确的选项, 比如假如5的叙述时正确的, 则选1不得分, 虽然1是5的特例. 此题不倒扣分)

答: \_\_\_\_\_, 理由: \_\_\_\_\_

1. 相机、曝光时间 $t$ 、镜头参数均相同
2. 曝光量相同; 相机不限
3. 相机、 $t$ 相同; 镜头不限
4. 相机、镜头参数相同;  $t$ 不限
5. 相机相同;  $t$ 、镜头参数不限
6. 相机、 $t$ 、镜头参数均不限

- (4) (仅高年组) 观测发现, 当恒星的  $V - R$  较小时, 所有线性都完好; 当  $V - R$  较大时, 所得散点图的线性, 甚至相关性都会下降. 请猜测一下造成该线性的原因, 并解释为什么会出现上述问题.

## 9. (高年组) 艾森彗星

根据观测得知, 与小行星不同, 一颗彗星所接收到的太阳的辐射强度大致反比于  $R^n$ ,  $R$  为彗星到太阳的距离, 指数  $n$  随彗星的不同而有所区别. 彗星的绝对星等定义为: 当它距离太阳1天文单位时, 在离它1天文单位处的观测者所见的视星等, 通常记为  $H$ . 在实际观测中,  $H$  一般都是通过观测彗星的视星等而计算出来的. 彗星到地球的距离记为  $\Delta$ , 视星等记为  $m$ .

- (1) 根据  $\Delta$ 、 $R^n$ 、 $m$ , 推导出求彗星绝对星等  $H$  的公式.

- (2) 对将在2013年11月底过近日点的艾森彗星(C/2012S1), 国际上已有多个彗星观测组测量了它的视星等, 如表3. 请根据从(1)所得到的公式, 利用所给的坐标图作图计算艾森彗星的  $n$  和绝对星等  $H$ .

提示: 图的横坐标可取为与  $\lg R$  相关, 纵坐标则与  $m$  相关. 作图时, 可将横、纵坐标数据填入表格中.

- (3) 11月28日, 它接近近日点, 离太阳0.09 au时, 离地球0.955 au. 你估计它那时的亮度将达到多少等?

表3

观测时间	地心距 $\Delta$ (au)	日心距 $R$ (au)	视星等 $m$	横坐标	纵坐标
2012 09 28	6.573	6.226	17.5		
2012 09 29	6.548	6.216	17.6		
2012 09 30	6.523	6.206	17.6		
2012 10 06	6.368	6.147	17.5		

2012 10 11	6.237	6.098	16.8		
2012 10 16	6.105	6.049	17.3		
2012 10 18	6.051	6.029	17.2		
2012 10 21	5.971	6.000	17.2		
2012 10 27	5.810	5.940	17.1		
2012 11 02	5.649	5.880	16.8		
2012 11 03	5.622	5.870	16.9		
2012 11 06	5.542	5.840	16.3		
2012 11 10	5.436	5.799	16.5		
2012 11 16	5.280	5.739	16.6		
2012 11 26	5.030	5.637	16.4		
2012 12 07	4.775	5.524	16.3		
2012 12 10	4.710	5.492	16.2		
2012 12 15	4.607	5.440	15.9		
2012 12 25	4.422	5.336	16.0		
2013 01 02	4.297	5.251	15.9		

# 2014年全国中学生天文奥林匹克竞赛选拔赛试题

中国 北京 2014年4月18日

可能用到的常数和公式:

- 火星半径: 3393 km
- 火星自转周期: 24.623 h
- 火星质量:  $6.421 \times 10^{23}$  kg
- 火卫一轨道半径: 9380 km
- 位力定理. 对一个达到平衡状态的引力束缚系统, 满足  $2\langle K \rangle + \langle U \rangle = 0$ , 其中  $\langle K \rangle$  为这个系统的总动能(或平均动能),  $\langle U \rangle$  为总势能(或平均势能).
- 若有测量值  $a, b$ , 对应误差为  $e_a, e_b$ , 则导出量  $c = a \pm b$  的误差  $e_c$ . 满足:  $e_c = (e_a^2 + e_b^2)^{1/2}$ .

## I. 理论部分

### 1. (低年组) 恒星日

计算地球上一个恒星日的长度. 如果地球自转方向突然反向, 但速度大小不变, 那么, 新的太阳日和恒星日的长度将分别是多少? (结果以现有的太阳日h、m、s为单位)

### 2. (低年组) 视差

在我们所处的星系空间区域, 恒星间的平均距离大约为6光年, 假设我们用来测视差的干涉仪设备的测量精度(或误差)为 $\pm 0.001$ 角秒. 我们星系中有多少颗恒星的视差可以被该干涉仪测量出来?

### 3. (低年组和高年组) 火卫一

假设火卫一绕着火星运行的轨道是正圆, 且轨道面与火星赤道面共面. 位于火星赤道上的观测者看到火卫一在地平以上的时间有多久?

### 4. (低年组和高年组) 拱极星

通常我们认为全天星空约有6000颗恒星是肉眼能看到的. 在靠近地平时大气所产生的光折射为 $35'$ . 在以下两种情况中, 由于大气的折射作用, 肉眼可见的拱极星数目会增加多少? (拱极星在这里是指永远不落入地平之下的恒星)

- (1) 对于一个位于零高度的北极观测者.
- (2) 对于一个位于零高度的赤道观测者.

### 5. (高年组) 白矮星

一颗绝对星等  $M_V = 10^m$ , 表面温度为  $T = 10000$  K, 热改正  $B.C.V = 0.6^m$  的白矮星, 其半径大约是多少个太阳半径  $R_\odot$ ? (本题中忽略太阳的热改正, 且热星等  $M_{bol} = M_V + B.C.V$ )

### 6. (高年组) 球状星团

球状星团NGC 5272视直径  $\theta = 18'$ , 视星等  $6.2^m$ . 假设星团内恒星物理性质均相似, 并均匀分布.

- (1) 对于位于星团中心处一颗行星上的观测者, 计算夜空中恒星的总亮度. (忽略行星大气.)
- (2) 测得该球状星团距离为10.4 kpc. 假设星团内成员星物理性质均类似太阳, 计算星团内成员星总数.
- (3) 在(2)的假设下, 根据位力定理, 试估算星团中恒星碰撞平均时间间隔(碰撞频率的倒

数). 由于恒星之间相对速度很大(即动能远远大于引力势能), 考虑两颗恒星碰撞时可以忽略之间的引力作用.

★提示: 第一问的结论并不影响第二、三问. 如果无法做出第一问, 你可以直接尝试第二问.

## II. 实测部分

### 7. (低年组和高年组) 火流星

在三个不同地点I、II、III观测到了同一个火流星. 表1给出了这三个观测点的坐标, 以及所观测到的火流星开始点和终止点的地平高度与方位角. 其中, 方位角为自北点起沿地平圈顺时针计量的角度( $0^\circ$ – $360^\circ$ ). 根据以下步骤, 找出火流星的轨迹和落在地面的残留物.

观测地点			开始点		终止点	
	经度	纬度	方位角	地平高度	方位角	地平高度
I	127.3°E	+35.7°	17°	35°	77°	10°
II	128.5°E	+37.0°	235°	–	139°	–
III	128.5°E	+35.4°	325°	–	48°	–

表1 火流星观测数据

- (1) 在所提供的坐标纸上, 标出3个观测点I、II、III的位置, 并画出火流星的轨迹.
- (2) 计算火流星开始点和终止点的经度和纬度( $\lambda_A, \Phi_A$ ,  $(\lambda_B, \Phi_B)$ , 并算出其轨迹在地表投影的长度 $L$  (单位: km).
- (3) 估算开始点和终止点的高度 $h_A$ 和 $h_B$  (单位: km).
- (4) 如果火流星能够穿越大气层而不被烧尽, 你在哪里能找到陨石? 计算陨石撞击地面点的经纬度( $\lambda_C, \Phi_C$ )

### 8. (低年组和高年组) 超新星

Ia型超新星被认为是宇宙中的标准烛光之一. 一颗典型的Ia型超新星在最亮时绝对星等 $M_{\max}$ 可达–19等. 但后来天文学家发现并非所有Ia型超新星的 $M_{\max}$ 都相同. 就像造父变星一样, Ia型超新星的 $M_{\max}$ 也跟另一个可观测量有联系:  $\Delta m_{15}$ . 它指的是超新星从最亮点到15天后的亮度下降. 下面让我们通过观测数据, 找出 $M_{\max}$ 与 $\Delta m_{15}$ 的关系.

- (1) 首先要得到超新星所在星系的距离模数. 请根据图1、图2给出的信息尽量准确地计算出IC 4182的距离模数、距离及其误差, 可用直尺.

(低年组和高年组)

距离模数: \_\_\_\_\_  $\pm$  0.09;

(低年组)

距离: (\_\_\_\_\_) Mpc;

(高年组)

距离及其误差: (\_\_\_\_\_ $\pm$ \_\_\_\_\_) Mpc;

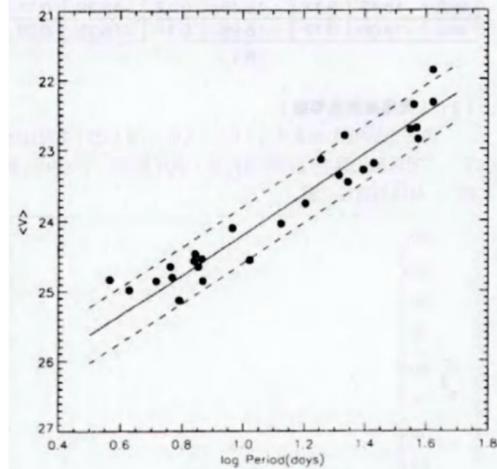


图1 星系IC 4182中发现的造父变星的亮度-周期( $V$ - $\log P$ )图(纵坐标单位: 星等)

$$M_V = -2.83 \lg P - 1.37 \quad (\text{Sandage and Tammann 1968})$$

图2 由银河系中的造父变星得出的V波段周光关系

编号	所在星系	测距方法*	距离模数	$e$ ( $\pm$ )	$\Delta m_{15}$ (B)	$e$ ( $\pm$ )	$m_{\max}$ (B)	$e$ ( $\pm$ )	$m_{\max}$ (V)	$e$ ( $\pm$ )	$m_{\max}$ (I)	$e$ ( $\pm$ )
37C	IC4182	Cep	?	?	0.87	0.10	8.85	0.12	8.87	0.13	/	/
72E	NGC5253	Cep	27.97	0.07	0.87	0.10	8.28	0.17	8.33	0.17	8.71	0.20
80N	NGC1316	SBF/PNLF	31.23	0.06	1.28	0.04	12.49	0.09	12.44	0.07	12.70	0.05
81B	NGC4536	Cep	31.10	0.13	1.10	0.05	12.03	0.09	11.93	0.07	/	/
86G	NGC5128	SBF/PNLF	27.86	0.05	1.73	0.07	9.78	0.42	9.43	0.32	9.41	0.21
90N	NGC4639	Cep	32.00	0.23	1.07	0.05	12.74	0.10	12.72	0.07	12.95	0.07
91bg	NGC4374	SBF	31.26	0.05	1.93	0.10	14.64	0.13	13.88	0.07	13.45	0.06
92A	NGC1380	SBF	31.00	0.10	1.47	0.05	12.57	0.08	12.55	0.07	12.80	0.05
94D	NGC4526	SBF	30.86	0.08	1.32	0.05	11.86	0.09	11.90	0.08	12.11	0.04

\*Cep指造父变星法; SBF指表面亮度波动法; PNLF指行星状星云亮度函数法.

表2 若干近邻星系中Ia型超新星的观测结果

## (2) (低年组和高年组)

然后根据超新星的观测数据计算绝对星等.

根据表2的数据, 计算出表3中37C和91bg两颗超新星各波段缺失的 $M_{\max}$ 和误差 $e$ .

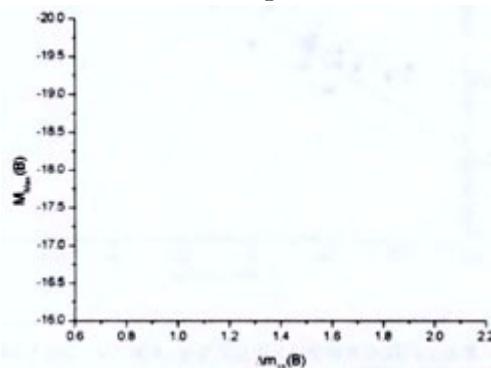


图3 B波段的 $M_{\max}$ 与 $\Delta m_{15}$  (B)的关系

### (3) (低年组和高年组)

请在坐标纸上画出  $M_{\max}$  (B)– $\Delta m_{15}$  (B) 图 (如图3所示). 要求画出误差线并线性拟合(徒手即可, 不必用计算器), 并给出直线方程.

### (4) (高年组)

图3和图4还展现出了Ia型超新星的亮度下降速率跟(单选)\_\_\_\_\_的关系, \_\_\_\_\_亮度下降越快. 这可能是由于(粗略表述即可):\_\_\_\_\_.

1. 最亮时色指数: 颜色越红
2. 最亮时色指数: 颜色越蓝
3. 观测波段: 波段中心波长越短
4. 观测波段: 波段中心波长越长

\*提示: 使用不同滤镜测得的光度差分别称为  $B - V$  或  $V - I$  的色指数, 数值越小, 恒星的颜色越接近蓝色; 反之, 色指数越大, 颜色越红(或温度越低).

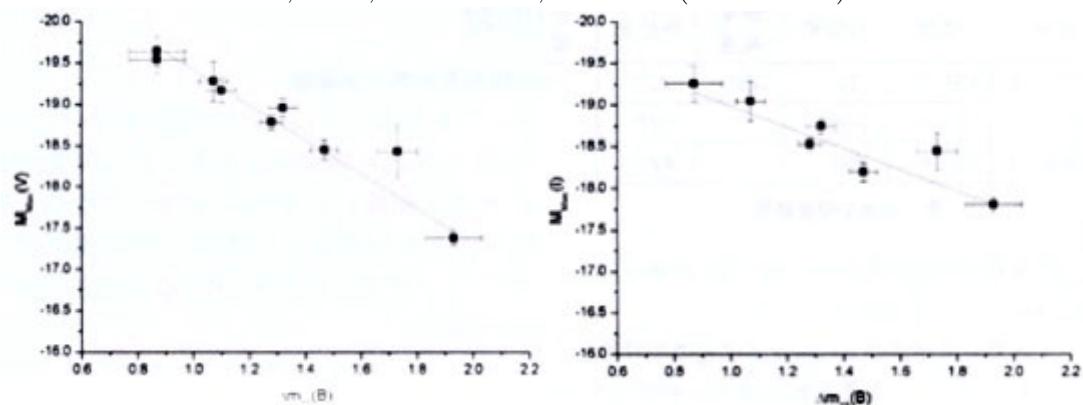


图4 V波段和I波段的  $M_{\max}$  与  $\Delta m_{15}$  (B) 的关系

### (5) (高年组)

正如我们所做的, 天文学家发现, 在B(蓝色)、V(黄绿色)、I (红及近红外)三个波段中使用  $\Delta m_{15}$  (B) 的效果最好. 这是因为(单选)\_\_\_\_\_.

1. 在B波段受到的大气消光少, 干扰少
2. 在B波段超新星亮度下降较快, 易于比较
3. 在B波段的CCD或胶片响应较大, 测光噪声小

# 2015年全国中学生天文奥林匹克竞赛选拔赛试题

山东 威海 2015年4月22日

## 理论部分

### 1. (低年组) Envisat过天顶

对于在2015国际天文奥赛决赛举办地俄罗斯喀山( $55.79^{\circ}\text{N}$ ,  $49.13^{\circ}\text{E}$ )的观测者来说, Envisat(欧洲环境卫星)过境时有可能非常接近天顶. 在2015全国天文奥赛决赛开幕式当日, 也就是2015年4月21日, 当地时间20点30分, 如果要观测Envisat正好经过天顶, 喀山的观测者需要移动多远的距离? 已知21日Envisat的轨道倾角 $i = 55.648^{\circ}$ , 每日公转周数 $n = 15.5142$ , 该地的精确的地球半径 $R_L = 6365 \text{ km}$ .

### 2. (低、高年组) 宇宙速度

- (1) 第二宇宙速度是地球表面的物体摆脱地球引力束缚, 从而能够飞离地球的最小速度, 我们也常常叫它地球的逃逸速度. 请从能量的角度出发, 求解第二宇宙速度. 已知地球半径 $6.37 \times 10^6 \text{ m}$ .
- (2) (低年组) 计算地球上能观测到的流星体相对地面的最大速度. 已知日地距离为 $1.5 \times 10^{11} \text{ m}$ , 一个回归年长度为365天.
- (3) (高年组) 第三宇宙速度是地球表面发射的物体飞出太阳系的最小发射速度. 请计算第三宇宙速度.

### 3. (低、高年组) 流星

流星进入大气层时会产生高密度的等离子体柱, 可以像圆柱形镜面一样反射雷达波. 只要使用小型的天线阵列以及编码的发射信号, 通过回波的相位和时间即可确定流星的方向和距离. 适当频率的雷达观测不受阴雨或昼夜的限制. 一定功率的雷达每天可以观测到上万次流星回波.

若在威海地方时12月15日2:00正北天顶距 $33^{\circ}$ 以及14:00正北天顶距 $20^{\circ}$ 观测到回波, 计算说明二者是否有可能属于双子座流星群(GEM, 当天辐射点赤道坐标 $113^{\circ}$ ,  $+33^{\circ}$ ). 提示: 地方恒星时 $s = \text{赤经}\alpha + \text{时角}t$ .

### 4. (低、高年组) 火星大气

假设火星的大气成分为二氧化碳, 并且视其为理想气体. 已知玻尔兹曼常数 $k = 1.38 \times 10^{-23} \text{ J/K}$ , 阿伏伽德罗常数 $N_A = 6.02 \times 10^{23}/\text{mol}$ , 摩尔气体常量 $R = 8.3 \text{ J}/(\text{mol}\cdot\text{K})$ .

- (1) 假设行星是理想黑体, 若地球大气的平均温度为280 K, 计算火星大气平均温度.
- (2) 对于火星大气, 将其位于一定高度处的密度 $\rho$ 表示成温度 $T$ 和压强 $P$ 的函数.
- (3) 如果行星大气中每升高高度 $H$ , 大气密度会减小为原来的 $1/e$ , 则称 $H$ 为该行星的大气标高(Scale height). 标高可根据 $H = kT/mg$ 估算, 其中 $k$ 为玻尔兹曼常数,  $T$ 为大气温度,  $m$ 为大气平均分子质量,  $g$ 为表面重力加速度. 计算火星的大气标高. 假设火星大气温湿度均匀.

### 5. (高年组) 日食

计算日食的平均频率(包括中心食和偏食), 建议以“次/年”为单位. 假设地球和月球轨道均为正圆, 月球轨道半径384000 km, 地球半径6370 km, 日月视直径 $0.5^{\circ}$ , 朔望月为29.5天, 黄白交角 $5.14^{\circ}$ .

## 实测部分

### 6. (低、高年组) KID8005892长周期高偏心率系统

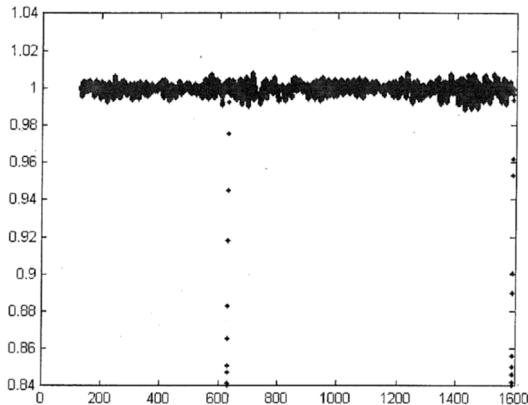


图1

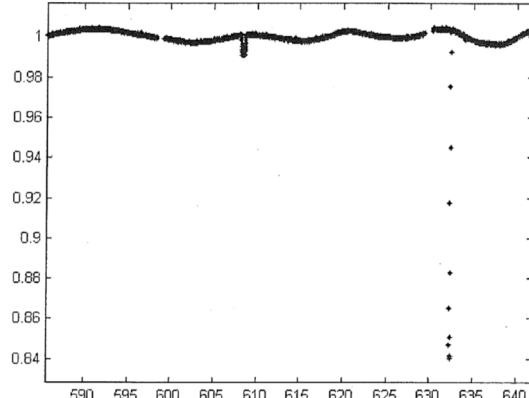


图2

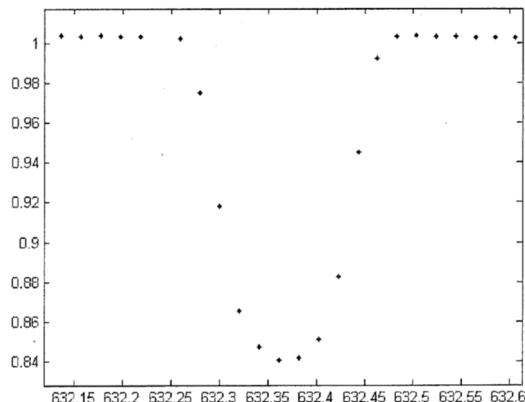


图3

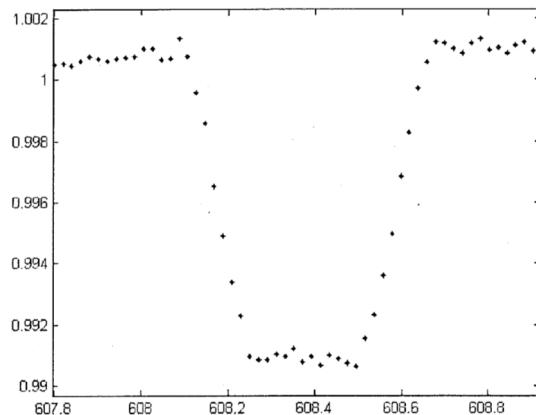


图4

图1-图4为开普勒卫星观测到的长周期高偏心率系统KID8005892. 横坐标为时间, 单位为天; 纵坐标为相对亮度. 开普勒空间望远镜每30分钟曝光一次.

- (1) 通过图1、2求系统偏心率 $e$ 的下限; 假设轨道倾角 $i = 0$ . 提示: 对椭圆有近似公式:  

$$A / S = \frac{(1 - e)^{3/2}}{2}$$
,  $A$ 为由一条过焦点、平行于短轴的直线分割椭圆后较小区域的面积,  
 $S$ 是椭圆面积,  $e$ 为偏心率.
- (2) 由图2估算两星半径比.
- (3) 由图3估算两星表面温度比. 该系统中, 高温星半径大还是小? 说明理由.
- (4) 该系统是行星系统还是双星系统? .
- (5) 请简要解释能否通过图3、4求出更确切的偏心率 $e$ .

### 7. (低年组和高年组) 早期宇宙中的类星体

天文学家发现了一颗类星体, 其编号为J010013.02+280225.8, 利用位于美国亚利桑那州的口径为8.4 m的大双筒望远镜(LBT), 得到了它的光学波段光谱(如图5所示).

- (1) 在J010013.02+280225.8的光学波段光谱当中, 我们能找到Ly $\alpha$ 的发射线. 在物理课上, 你可能了解过氢原子光谱的里德伯公式: 
$$\frac{1}{\lambda} = R \left( \frac{1}{n^2} - \frac{1}{n'^2} \right)$$
.

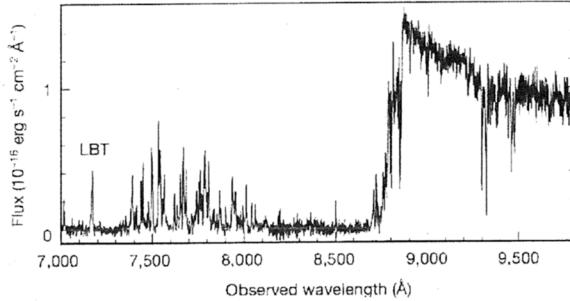


图5

其中,  $\lambda$ 为氢原子谱线的波长,  $R = 1.09737 \times 10^7 \text{ m}^{-1}$ 记作里德伯常量,  $n$ 与  $n'$ 可以理解为氢原子中电子跃迁前后的能级. 对于巴耳末系(包含我们熟知的  $\text{H}_\alpha$ 、 $\text{H}_\beta$  等谱线),  $n$ 取2; 而对于莱曼系而言,  $n$ 取1. 请你计算出  $\text{Ly}\alpha$  线的静止波长(rest-frame wavelength), 并读出  $\text{J010013.02+280225.8}$  谱线中  $\text{Ly}\alpha$  线的波长.

- (2) 计算这颗类星体的红移  $z$ .
  - (3) 图6所展示的是  $\text{J010013.02+280225.8}$  光学与近红外波段结合起来的光谱, 使用了LBT 拍摄的光学波段数据和Magellan及Gemini拍摄的近红外波段数据. 其中还包含了一张  $\text{Mg II}$  线附近的谱线图(图中PL是指没有谱线时满足幂率关系(Power law)的连续光谱). 由于多普勒效应, 谱线发生展宽现象. 请在图6(1)中标出  $\text{Mg II}$  线的半高全宽(FWHM, 即在函数的一个峰当中, 函数值等于峰值一半的两个点之间的宽度)的两个端点, 并求出 FWHM 的值(用展宽对应的速度作为单位).
  - (4) 利用如下经验公式, 可以求出类星体中心黑洞的质量.
- $$\lg\left(\frac{M_{\text{BH}}}{M_\odot}\right) = 0.505 + 0.62 \times \lg\left(\frac{L_{3000}}{10^{44} \text{ erg s}^{-1}}\right) + 2 \lg\left(\frac{\text{FWHM}}{\text{km s}^{-2}}\right)$$
- 其中,  $M_{\text{BH}}$  为黑洞质量,  $L_{3000}$  指的是在静止波长  $3000 \text{ \AA}$  处类星体的光度, 为  $3.15 \times 10^{47} \text{ erg s}^{-1}$ . 现在, 请你用这种办法求出黑洞的质量, 用  $M_\odot$  作为单位即可.
- (5) 在图6(2)中, 类星体的近红外波段光谱分成 J (1.1–1.4  $\mu\text{m}$ )、H (1.5–1.8  $\mu\text{m}$ )、K (2.0–2.4  $\mu\text{m}$ ) 等波段. 请简要解释分段的原因.

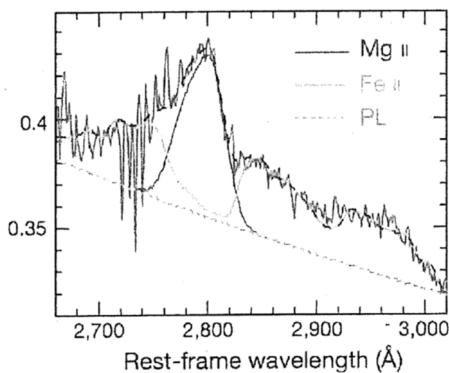


图6(1)

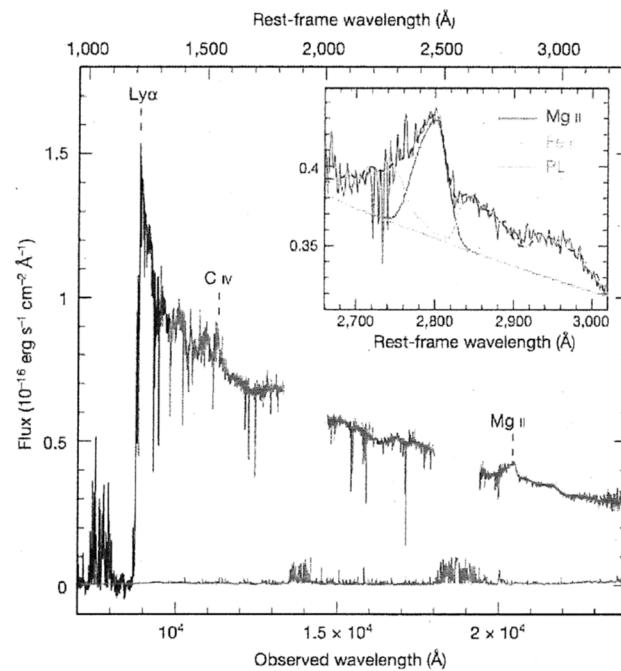


图6(2)

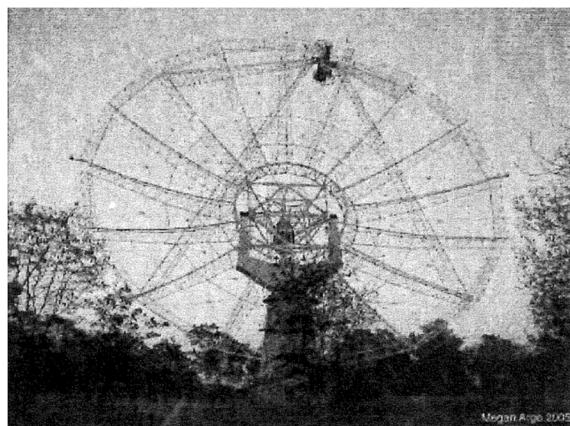
# 2016年全国中学生天文奥林匹克竞赛选拔赛试题

山西 太原 2016年4月27日

## 理论试题

### 1. (低年组) FAST和GMRT

中国500米口径球面射电望远镜(FAST)即将在2016年底前建成, 其运行频率为70 MHz至3.0 GHz. 虽然FAST的总口径有500米, 但是其有效的使用口径(即有效照明口径)实为300米. 印度巨型米波射电望远镜GMRT (Giant Metrewave Radio Telescope)位于印度城市Pune以北80千米处, 其单体圆形天线的直径为45米(见下图), 运行频率为50 MHz至1.5 GHz.

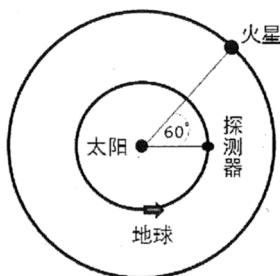


印度巨型米波射电望远镜

- (1) 请计算FAST在1.5 GHz工作频率下的角分辨率.
- (2) 请分别计算GMRT单体天线在50 MHz和1.5 GHz的角分辨率.
- (3) 假设FAST与GMRT的环境温度相同, 且在各自的焦点使用类似的射电信号接收机, 请计算FAST探测的灵敏度是单体GMRT天线的多少倍.

### 2. (低年组和高年组) 火星探测器

对已成为地球人造卫星沿地球轨道运行的火星探测器, 在适当时点, 短时间内对探测器进行加速, 使其速度足以促成探测器沿着一个与地球轨道及火星轨道分别在长轴两端相切的半个椭圆轨道射到火星上, 是目前发射火星探测器较为简单又经济的方法. 某年3月1日零时已脱离地球并沿地球公转轨道稳定运行的火星探测器与火星之间的角距离是60度, 如下图所示. 已知地球半径 $R = 6400$  km; 地球重力加速度为 $g = 9.8$  m/s<sup>2</sup>, 火星轨道半径是地球轨道半径的1.5倍. 问: 应在何年何月何日给探测器发动机点火使其正好落在火星表面? (时间计算仅需精确到日)



### 3. (低年组和高年组) 假星

小明决定拍摄一张带地景的猎户东升星野照片，使用镜头的焦距为24 mm，参数为ISO 3200, f/2.8, 曝光时间20秒。他的朋友小刚想和他开个玩笑，于是带了一个闪光灯，来到小明拍摄方向上距离小明2千米远的地方。在小明拍摄时，小刚用闪光灯闪了一下光，于是在小明的照片上制造了一颗假星。已知这个闪光灯的闪光持续时间为1/250秒，其闪光亮度如下：使用它对于距离闪光灯和相机都是1.5米的物体拍照时，摄影条件(包括感光度、光圈等)与在日光下使用大约1/2000秒的曝光时间对同一物体拍照是一样的。

请估算在小明照片上假星的星等。

### 4. (低年组和高年组) 马门溪龙看到的恒星

一颗绝对星等为3.5等的恒星，在良好观测条件下，勉强能够被生活在今天的地球上的视力正常的人用肉眼看到。如果这颗恒星也刚好能被恐龙时期的马门溪龙勉强看到，请用适当的公式和数值推演说明，这颗恒星应经历怎样的变化，并详细说明原因。

### 5. (高年组) 水星凌日

计算在地球上某一地点观测水星凌日，理论上可以持续的最长时间。相关参数请自行回忆。

## 实测试题

### 6. (低年组和高年组) 测量超新星1987A的距离

SN1987A是一颗著名的超新星，它的编号表明它是1987年观测到的第一颗超新星。图1中的左、右部分分别是SN1987A爆发后和爆发前所拍摄的，其中箭头所指示的为SN1987A。

1994年是哈勃望远镜首次能够拍摄SN1987A的时间，在此之前它一直不能正常工作。图2是哈勃望远镜在SN1987A爆发的1278天后拍摄的。图3是图2的局部放大，也是本题需要被用来测量的图。在这两个图中有3个圆环，其中关于2个外环的来源目前天文学家还存在争议，但对其中的小内环的来源大多数天文学家则有着基本的共识，在本题中我们主要使用这个内环来进行我们的分析和计算。

关于这个小内环，因为它离SN1987A太远，所以不可能是超新星爆发时所喷发的物质，天文学家们认为它是SN1987A的前身星在超新星爆发数千年喷发的物质环，这个环上各点的物质被SN1987A超新星爆发产生的强紫外辐射后发亮然后缓慢变暗，虽然在图2拍摄时物质环上的各点发光的亮度峰值已经过去了许多天，但是这个物质环的发光仍然明亮可见。

在本题中，我们做如下假设。

**假设1：**物质环是一个以SN1987A为中心的完美圆，图3中的物质环之所以呈现成椭圆形状是因为该物质环所在的平面与哈勃望远镜的视线垂直面有一个不为零的倾角 $i$  (见图4)。在图4中，A点是物质环上距离我们最近的一点，B点是距离我们最远的一点。虽然物质环上的A点和B点是同时被超新星的紫外辐射所照亮的，但是在地球观测者看来A点是先于B点被照亮的，这是解决本题的关键。

**假设2：**因其运动速度远小于光速，所以物质环可以被视为静止不动。

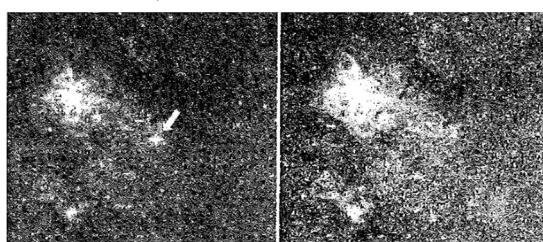


图1

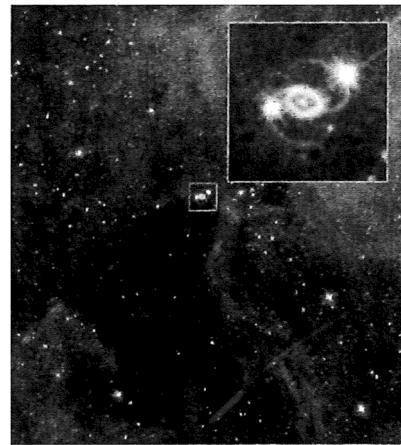


图2

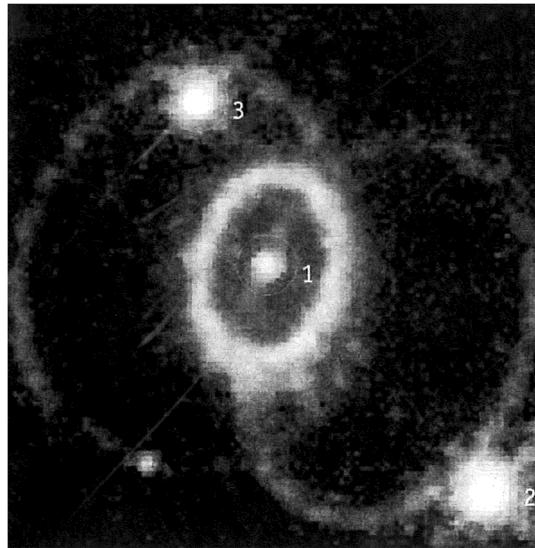


图3

图5是以超新星爆发为时间原点的物质环(不含超新星本身)整体发光的测光数据,这个数据是由另一个空间望远镜(IUE)获取的,在分析这个数据时我们需要用到另一个假设.

**假设3:** 从地球上看,当物质环上距离我们最远的一点(即图4中的B点)被超新星的紫外辐射照亮时,物质环整体发光的亮度(即图5中的测光值)达到峰值.而且假定,图5的测光数据只包含了物质环被紫外辐射照射后的发光测量值.

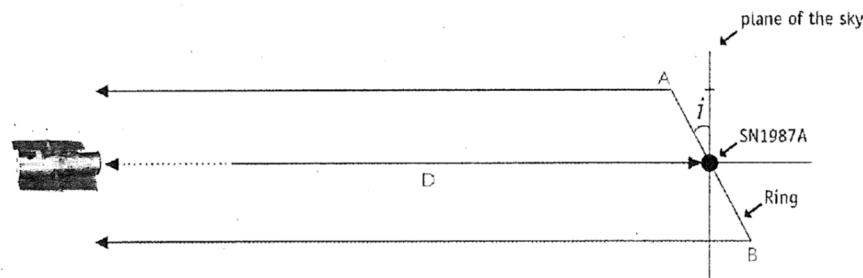


图4

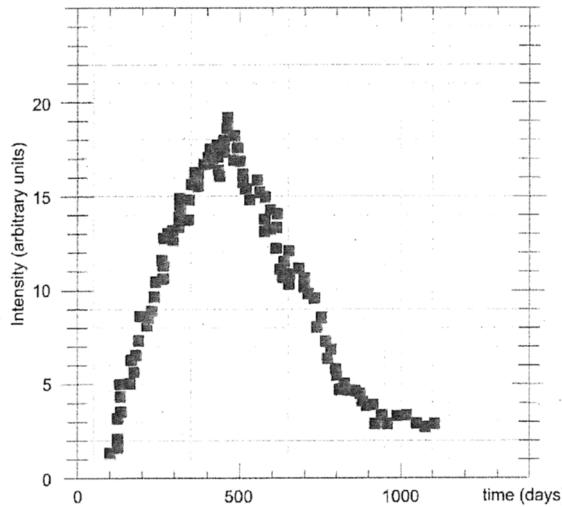


图5

在以上背景资料的基础上, 请进行如下的测量和计算:

(1) 计算物质环的视直径  $a$ .

图3中1、2、3分别代表3颗恒星, 表1中列出它们之间的角距离, 请利用图3测量并填写表1中的空格. 然后测量并计算物质环的角直径  $a$  (即物质环的真直径对我们的张角, 以弧度为单位).

	图3中的距离 (mm)	角距离 (角秒)	比例尺 (角秒/mm)	平均比例尺度 (角秒/mm)
星2与星1间距		3.0		
星3与星1间距		1.4		
星3与星2间距		4.3		

表1

(2) 计算物质环所在平面的倾角  $i$ .

如前所述, 倾角  $i$  的定义是物质环所在平面与视线垂直面间的夹角(见图4). 请通过图3的测量值计算倾角  $i$ .

(3) 计算物质环的直径  $d$ .

定义  $d$  为物质环的真实直径(即图4中A点与B点的间距), 请仔细考虑从地球所观测到的物质环发光的物理图像, 通过对图5相关物理量的测量, 结合(2)所获得的结果, 计算物质环的直径  $d$  (以米为单位).

(4) 利用以上结果, 计算SN1987A的距离  $D$  (见图4).

## 7. (低年组和高年组) 视差

三角视差是测量天体距离的有效方法之一. 表2中给出了利用VLBI(甚长基线干涉仪)观测昴星团中编号为hii\_625的恒星的数据. 提示: 黄道坐标系与赤道坐标系的转换公式为  $\sin \beta = \cos \varepsilon \cdot \sin \delta - \sin \delta \cdot \cos \delta \cdot \sin \alpha$ ,  $\cos \beta \cdot \cos \lambda = \cos \delta \cdot \cos \alpha$ . 其中,  $\alpha$  为赤经,  $\delta$  为赤纬,  $\lambda$  为黄经,  $\beta$  为黄纬,  $\varepsilon$  为黄赤交角.

	Julian Date	hh mm ss (RA)	err_RA(s)	° ' "(Dec)	err_Dec(")
1	2456018.36	03 45 21.2035163	0.0000042	+23 43 38.340643	0.000179
2	2456060.25	03 45 21.2039877	0.0000072	+23 43 38.336247	0.000143
3	2456144.01	03 45 21.2048741	0.0000025	+23 43 38.328707	0.000068

4	2456185.93	03 45 21.2050142	0.000009	+23 43 38.323798	0.000027
5	2456227.79	03 45 21.2049262	0.0000040	+23 43 38.318108	0.000077
6	2456310.56	03 45 21.2046021	0.0000093	+23 43 38.305108	0.000249
7	2456396.32	03 45 21.2050618	0.0000059	+23 43 38.295017	0.000099
8	2456445.27	03 45 21.2056562	0.000081	+23 43 38.290298	0.000182

表2

请根据数据解决下列问题:

- (1) 计算每次观测hii\_625的黄纬 $\beta$ .
- (2) 计算每次观测hii\_625的黄经 $\lambda$ .
- (3) 在坐标纸上描绘hii\_625的黄经随时间的变化趋势, 并解释造成黄经变化的原因.
- (4) 画出从地球轨道上(假设为正圆)任一位置观测hii\_625视差的示意图, 并推导hii\_625黄经 $\lambda$ 的表达式. 地球的日心黄经可以表示为 $\theta$ , 日地距离为 $r$ , hii\_625 到太阳的距离为 $D$ .
- (5) 计算hii\_625的距离.

# 2017年国际天文奥赛国家集训队选拔赛试题

新疆 伊宁 2017年5月6日

地理坐标		
地点	纬度	经度
新疆伊宁	43° 55' N	81° 19' E
贵州FAST	25° 39' N	106° 51' E
兴隆观测基地	40° 24' N	117° 35' E
文昌发射中心	19° 37' N	110° 57' E
莫纳亚克天文台	19° 49' N	155° 28' W
帕洛玛瞬变工厂	33° 21' N	116° 52' W

## 理论试题

### 1. (低年组) 日落

今年夏至当天, 一位同学在伊宁看日出. 当天6点50分, 他观测到日面中心恰好位于地平线上. 计算当天他观测到日落的时间.

### 2. (低年组和高年组) 望远镜

小明有一台折射式望远镜, 口径 $D = 120$  mm, 焦距 $F = 1200$  mm, 配有3个目镜, 工作视场均为 $60^\circ$ , 焦距分别是 $f_1 = 16$  mm、 $f_2 = 32$  mm和 $f_3 = 40$  mm.

- (1) 求需要相应地移动各目镜(1、2、3)多少距离( $\Delta x_1$ 、 $\Delta x_2$ 、 $\Delta x_3$ ), 才能把望远镜从观测天体重新调整到观测一个距离你 $L = 100$  m且正对你的 $0.5$  m  $\times$   $2$  m的长方形广告牌. 应该伸长调焦筒, 还是缩短调焦筒? 哪只目镜最适合观测这个广告牌? 为什么?
- (2) 小明用这台望远镜装上40 mm目镜后观测满月. 他刚将满月放到视场中央, 还没开跟踪, 就被他妈妈叫走了. 请通过图解和计算说明, 满月经过多长时间会完全移出视场?

### 3. (低年组和高年组) 超新星

在2013年10月6.245日(UTC), 帕洛玛瞬变工厂(Palomar Transient Factory)在NGC 7610(赤经 $23^{\text{h}}20^{\text{m}}$ , 赤纬 $10^\circ 11'$ )中发现了一颗刚刚爆发的超新星. 这颗II型超新星后被命名为SN2013fs, 其第一张光谱的拍摄时间距离其爆炸仅仅相隔6小时.

- (1) 请计算超新星被发现时, 帕洛玛天文台所在处的地方恒星时;
- (2) 请计算超新星被发现时, 超新星在帕洛玛天文台的时角;
- (3) 在随后的几个小时内, 位于夏威夷莫纳克亚天文台的凯克望远镜拍摄了这颗超新星的光谱. 为获得较为良好的观测效果, 光谱需要在超新星上中天前后观测. 请问超新星在莫纳克亚天文台上中天时, 距离其被发现过去了多久?

### 4. (高年组) 星云

假设有一团密度均匀为 $\rho$ , 半径为 $R$ 的球状静态氢原子气体星云(氢原子质量为 $m$ ), 星云的温度为 $T$ , 考虑如下问题:

- (1) 若在星云表面处有一物体在只受星云气体的引力作用下进行自由落体运动, 则其从开始坠落到抵达星云中心需要多长时间(自由落体时标 $t_f$ )?
- (2) 星云气体的膨胀和坍缩可以视为绝热过程, 而理想气体在绝热条件下状态方程为 $PV^\gamma = \text{常数}$ , 其中 $\gamma$ 为绝热膨胀系数. 请证明星云气体的声速 $c_s = \sqrt{(\gamma k_B T) / m}$ , 其中 $k_B$ 为玻

尔兹曼常数. (提示: 考虑一个装满压强为  $p$  理想气体的无限长绝热玻璃管, 其中一端用一活塞在  $p + \Delta p$  的压强下以固定速度  $v_0$  推动时间; 气体中的压缩波以声速  $c_s$  传递至  $c_s t$  处, 压缩波经过处的气体被加速到了  $v_0$ )

- (3) 当自由落体时标小于声速从星云表面传播至星云中心所需要的时间时, 星云将不可避免地在引力作用下坍缩, 此时, 星云的直径需要至少为多大? 在这里我们取氢原子理想气体的绝热膨胀系数为  $4/3$ . 这一尺度在天体物理中被称为Jeans长度.

## 实测试题

### 5. (低年组和高年组) 光变曲线

天文学家们利用斯皮策空间望远镜在  $4.5 \mu\text{m}$  的波段上拍摄到了类太阳恒星巨蟹座55(55 Cnc, 质量:  $0.95 M_\odot$ ) 的光变曲线, 并从光变曲线中认证了围绕这颗恒星运转的一颗行星55 Cnc e, 并发现其有相当高的温度.

图1即为在这颗行星围绕其宿主恒星运转一个周期内整个系统的光变曲线(实际周期 0.7365天, 这里的轨道相位范围为  $0 \sim 1$ ; 黑色数据点为按相位叠加的若干个周期内多次测光的结果), 纵坐标表示在该波段上整个系统的亮度相对于宿主恒星亮度( $F_*$ )的起伏, p.p.m. 的含义为百万分之一.

在这里, 我们假设行星轨道为圆轨道, 行星轨道平面与视线方向夹角为  $0^\circ$ ; 本题目中不考虑该恒星的其他行星的影响.

- (1) (低年组) 恒星被行星掩食最深处的相位为多少? 行星完全被恒星遮挡住的时候, 相位的范围是多少? 除了两次掩食所在的位置, 曲线的波动意味着什么?
- (2) (高、低年组) 请计算出 55 Cnc e 的轨道半长轴  $a$  (单位: au).
- (3) (高、低年组) 请根据光变曲线, 计算出恒星的半径  $R_*$  (单位: 太阳半径  $R_\odot$ ), 以及其相对于 55 Cnc e 的轨道半长轴的比值.
- (4) (低年组) 假设恒星视圆面为一个亮度均匀的圆盘, 请根据恒星被行星掩食最深时的亮度起伏, 估算行星半径  $R_p$  相对于  $R_*$  的比值, 并计算  $R_p$  (单位: 地球半径  $R_\oplus$ ).
- (5) (高年组) 恒星视圆面实际上并非亮度均匀, 根据灰大气模型的近似, 恒星视圆面上距恒星中心  $r$  处的辐射流量为:

$$I\left(\frac{r}{R_*}\right) = I(0) \cdot \left(\frac{2}{5} + \frac{3}{5} \sqrt{1 - \frac{r^2}{R_*^2}}\right), \quad I(0) \text{ 为恒星视圆面中心处辐射流量.}$$

请根据上述公式, 结合恒星被行星掩食最深时的亮度起伏, 估算行星半径  $R_p$  相对于  $R_*$  的比值, 并计算  $R_p$  (单位: 地球半径  $R_\oplus$ ). 如果你不会计算, 你可以按照低年组第4问的做法来处理, 但是只能拿到一半的分数.

- (6) (高年组) 假设行星表面按温度不同, 可划为两个区域: 亮面温度为  $T_{\max}$ , 暗面温度为  $T_{\min}$ , 已知宿主恒星光球层温度为  $5400 \text{ K}$ , 请根据光变曲线, 假定恒星和行星均为绝对黑体, 估算行星亮面和暗面的温度.

提示: 温度为  $T$  的黑体, 其辐射强度在波长  $\lambda$  上的分布满足于普朗克公式:

$$B_\lambda(\lambda, T) = \frac{2hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{e^{hc/(\lambda k_B T)} - 1}$$

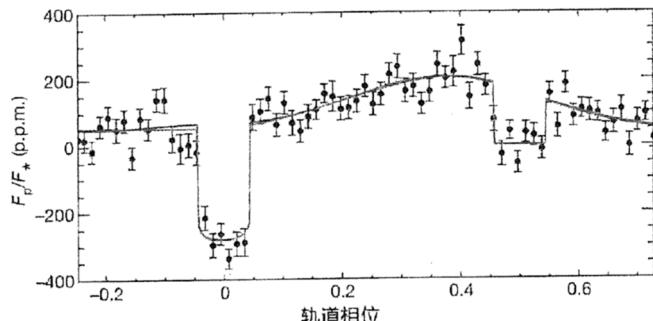


图1.55 Cnc e系统的光变曲线

## 6. (低年组和高年组) 自行

较近的恒星自行测量较为容易, 而较远的恒星自行测量误差通常很大. 不过对较远的一群恒星可以测量其平均自行.

表1中给出了使用相隔约7年的两次地面巡天的数据得到的某100平方度视野内的恒星平均自行的赤经、赤纬分量(假设已完美修正系统误差), 单位为毫角秒/年(mas/yr). 其恒星选区在图2左栏的颜色-星等图上纵排列. 其中 $g$ 为恒星的 $g$ 波段星等,  $i$ 为恒星的 $i$ 波段星等.

图2右栏则是年龄为13亿年, 金属丰度为 $[\text{Fe}/\text{H}] = -1.5$ 的恒星在赫罗图上的位置. 这些参数和银晕中恒星的参数相近.  $M_g$ 为 $g$ 波段的绝对星等.

若假设银晕中恒星运动基本处于平衡态, 则其中的恒星平均速度必为0 (相对银河系质心惯性系). 表2给出了某一距离下银晕恒星平均自行的理论值.

(1) 请在图2右栏中标出:

①主序; ②亚巨星支; ③水平支.

占选区内恒星多数的是: ( )

A.主序星 B.红巨星 C.白矮星

D.亚巨星 E.水平支巨星

(2) 在坐标纸上画出不同选区恒星的平均自行, 并(在同一张图上)利用表2数据画出不同距离下平均自行的理论值.

(3) 计算距离为1 kpc, 相对太阳切向速度为100 km/s的恒星的自行(单位: mas/yr).

(4) 分别通过以下两组数据估算选区中恒星的平均距离, 并填入表1. (可以用尺子)

①图2左、右两栏;

②表1的自行值(选区1~5)和表2.

(5) 已知该视野中心银经 $275^\circ$ , 银纬 $74^\circ$ . 请反推表2所使用的太阳速度. (可近似认为太阳速度朝向银经 $90^\circ$ , 银纬 $0^\circ$ 方向.)

(6) 用第4问中方法1的距离计算太阳的运动速度. 这个结果是否可靠? 为什么? (可画图说明)

(7) 矮星系在进入大星系的潮汐范围后就会在其轨道前方和后方延伸出长长的“尾巴”. 银河系内最明显的潮汐“尾巴”(来自人马座矮星系)就恰好穿过我们的巡天视野. 观测表明这个潮汐“尾巴”到我们的距离大约是35~40 kpc, 同时其中恒星在赫罗图上的位置与图2右栏很相似. 请用已有数据估算这条“尾巴”在银心参考系中的速度下限. 除去自行测量的误差的因素外, 为什么只能得到下限?

选区	$\mu_\alpha \cos \delta$ (mas/yr)	$\mu_\delta$ (mas/yr)	恒星数 $N$	自行误差 (mas/yr)	距离(1) (kpc)	距离(2) (kpc)
1	-4.78	-6.85	2534	0.18		
2	-3.94	-5.43	3303	0.14		
3	-3.10	-4.40	4528	0.11		

4	-2.36	-3.57	6168	0.09	
5	-2.00	-2.63	7806	0.09	
6	-1.67	-1.81	10003	0.09	
7	-1.49	-1.33	12089	0.09	
8	-1.54	-0.81	13427	0.11	
9	-1.65	-0.56	13361	0.14	
10	-1.62	-0.44	9067	0.19	
11	-1.66	0.01	3396	0.36	

表1

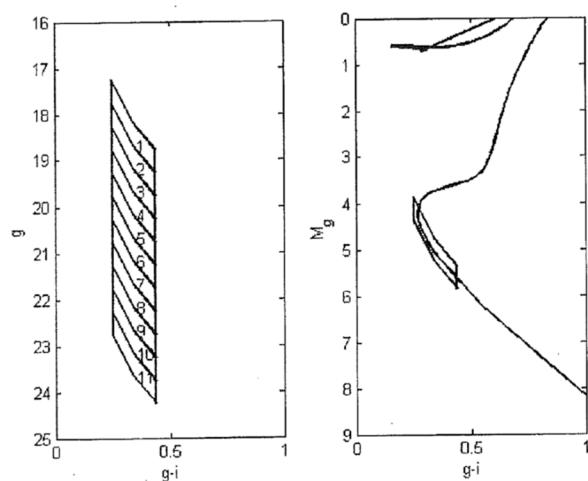


图2

距离(kpc)	$\mu_\alpha \cos \delta$ (mas/yr)	$\mu_\alpha \cos \delta$ (mas/yr)
20.00	-1.344	-1.975

表2

# 2018年国际天文奥赛国家集训队选拔赛试题

浙江 绍兴 2018年5月6日

## I. 理论部分

### 1. (低年组) 天狼星的热辐射

天狼星的有效温度为10000 K, 视星等为-1.5等, 距离为2.67 pc, 热改正(bolometric correction = BC)为0.5. 已知热改正公式可表示为 $m_{\text{bol}} = m_{\text{V}} - \text{BC}$ , 且太阳的视星等和热星等近似相等, 请问天狼星的半径是多少?

### 2. (低年组和高年组) 第三宇宙速度

第三宇宙速度, 是指航天器从地球起飞, 能彻底脱离太阳引力控制的最低飞行初速度. 试通过地球和太阳的基本物理参数和地球公转轨道的基本轨道参数, 计算出这个速度. 注意, 不能直接使用第一、第二宇宙速度.

### 3. (低年组和高年组) 在金星上看水星

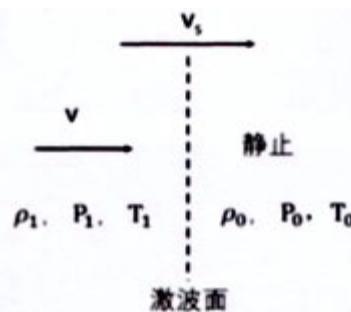
金星有着浓密的大气, 这使得在上面进行天文观测几乎不太可能. 假设金星上可以观测到水星, 回答下列问题:

- (1) 水星大距时与太阳的角距离;
- (2) 水星凌日时的视直径;
- (3) 画出凌日时水星和太阳视面大小等比例的示意图.

### 4. (高年组) 激波

当气体的运动速度超过介质中的声速就会产生激波. 在激波面前后介质状态有跃变. 例如, 超新星爆发后就会在星际介质中产生激波: 激波面前方的气体平均速度为零, 温度很低; 而激波面后方的星际介质则有向前的平动速度, 被加热到很高的温度. 下面我们来计算简化情形下激波传播速度 $v_s$ 和激波后方气体速度 $v$ 的关系.

假设激波面为平面; 激波面前后均为中性气体; 热传导、辐射可忽略. 选择和激波面共速的参考系(在短时间内可以看作惯性系). 在该参考系下, 气体从激波面前方流入, 再向后流出(流速不同).



转换参考系后:

- (1) 用 $v$ 和 $v_s$ 表示新坐标系中流入速度 $v_0$ 与流出速度 $v_1$ ;
- (2) 考虑长方体A中的气体, 经过 $\Delta t$ 时间正好全部流入长方体B(如图1所示). 初、末态气体质量不变, 因此有 $\rho_1 S v_1 \Delta t - \rho_0 S v_0 \Delta t = 0$ , 其中 $S$ 是长方体的截面积. 化简后得,  $\rho_1 v_1 - \rho_0 v_0 = 0$ . 请仿照这一示例写出动量定理和能量守恒(热能和动能)对应的方程(仅使用 $\rho_0$ 、 $\rho_1$ 、 $v_0$ 、 $v_1$ 、 $P_0$ 、 $P_1$ 、 $S$ 、 $\Delta t$ , 并分别化简);
- (3) 假设 $P_1 \gg P_0$ , 且 $P_1 v_1 \gg P_0 v_0$ , 请解出 $v_1$ 和 $v_0$ 的关系;

- (4) 请用  $v$  表示  $v_s$ ;  
 (5) 请用  $v_s$ 、玻尔兹曼常数  $k_B$  和平均气体原子质量  $m$  表示激波面后方气体的温度.

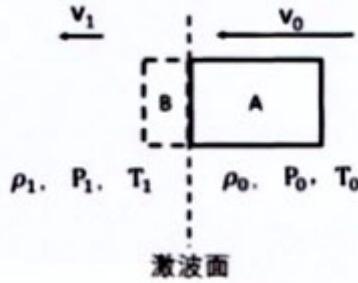


图1

## II. 实测部分

### 5. (低年组和高年组) 超新星与宇宙膨胀

利用Ia型超新星作为“标准烛光”，我们可以对一些重要的宇宙学参数进行良好的限定. 表1中给出了一些Ia型超新星的红移( $z$ )与距离模数( $\mu$ )，其中红移由光谱认证确定，而距离模数由标准烛光假定计算得出.

请根据表1数据，回答以下问题。

- (1) 假设哈勃常数  $H_0 = 70 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{Mpc}^{-1}$ ，那么在较低红移情况下，上述超新星的红移与距离模数应满足怎样的关系?
- (2) 在表2对数坐标中绘制上述超新星的红移-距离模数图(红移请用对数坐标表示).
- (3) 请利用红移小于0.1的Ia型超新星样本，通过合理的线性拟合，计算哈勃常数的大小  $H_0$ .  
请同时在表2中绘制你拟合出来的直线(实线)，并标注直线的方程.
- (4) 减速因子  $q_0$  是一个用于度量宇宙膨胀加速度的物理量.

给定红移处的光度距离可以用减速因子表示:

$$d_L = \frac{cz}{H_0} \left[ 1 + \frac{1}{2}(1 - q_0)z - \frac{1}{6}(1 - q_0)z^2 + O(z^3) \right]$$

其中  $O(z^3)$  在本问题中可以忽略.

请利用你在第(3)问中得到的  $H_0$ ，在表2中分别画出减速因子为1、0、-0.5时红移-距离模数曲线的草图.

哪一条曲线更符合表1中高红移Ia型超新星的分布规律？宇宙是在加速膨胀、减速膨胀还是匀速膨胀？

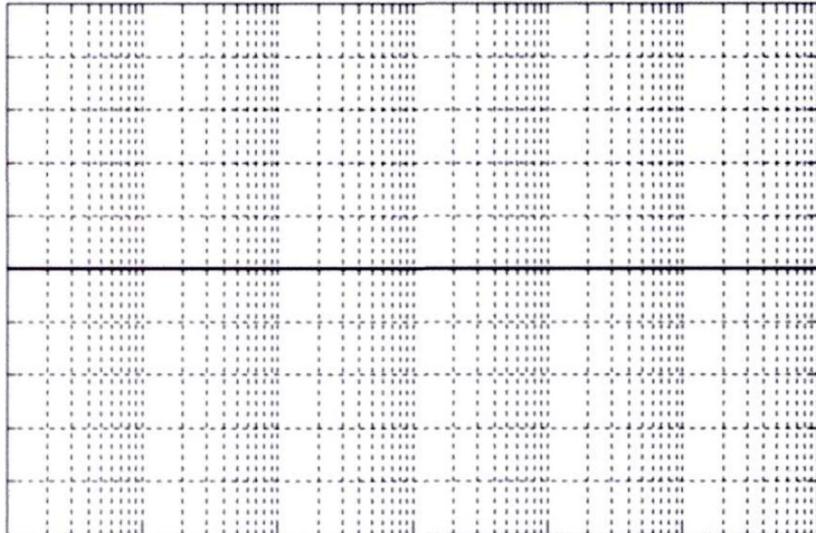
(提示: 你只需要选取几个特征点，大致描绘出三条曲线即可. 红移小于0.1时，三条曲线基本一致，所以你不需要画出这段)

表1

SN	$z$	$\mu$	$\Delta\mu$	SN	$z$	$\mu$	$\Delta\mu$
SN1994S	0.016	34.35	0.22	SN1992bs	0.0634	37.64	0.2
SN1996bo	0.0163	33.98	0.24	SN1992ae	0.0748	37.72	0.21
SN1998ef	0.0167	34.16	0.23	SN1992br	0.0878	37.76	0.23
SN1999ek	0.0176	34.28	0.22	SN2002dc	0.475	42.2	0.21
SN1992bc	0.0198	34.84	0.18	SN2003be	0.64	42.97	0.26
SN1998eg	0.0235	35.32	0.2	HST04Rak	0.740	43.34	0.23
SN1992ag	0.0259	35.14	0.22	SN2003eq	0.84	43.63	0.22

SN1998ab	0.0279	35.17	0.18	HST04Man	0.8540	43.92	0.30
SN2001ba	0.0305	35.88	0.16	SN2003es	0.954	44.26	0.28
SN1994T	0.0367	36.02	0.17	SN2002ki	1.14	44.67	0.3
SN1999aw	0.0392	36.54	0.13	SN2002fw	1.30	45.02	0.21
SN1992bh	0.0451	36.91	0.19	SN2002hp	1.305	44.47	0.31
SN1993ag	0.05	37.07	0.18	SN2003dy	1.34	44.88	0.32
SN1993O	0.0519	37.12	0.15	HST04Mcg	1.37	45.19	0.26

表2



## 6. (低年组和高年组) 星际来客

奥陌陌('Oumuamua)是已知的第一颗经过太阳系的星际天体. 它于2017年10月18日在距离地球约0.2 AU处被泛星1号望远镜发现, 并在极端双曲线的轨道上运行. 为了详细研究这颗小天体的性质, 天文学家们利用多台望远镜, 获得了如下图所示的光变曲线, 其中横轴为约化儒略日(MJD), 纵轴为g波段星等.

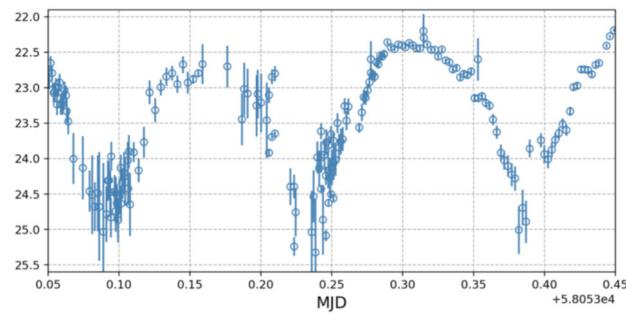


图2

在本题中, 我们认为奥陌陌的周期性光变来源于其自转; 奥陌陌的形状可以被认为是椭球形( $2a \times 2a \times 2b$ ), 它绕着自己的短轴进行自转. 先前观测表明, 奥陌陌轨道的近日距 $q$ 为0.25AU, 离心率 $e$ 为1.19.

- (1) 利用一条平滑的虚线拟合奥陌陌的光变趋势, 并计算奥陌陌的自转周期.
- (2) 请计算奥陌陌的光变幅度, 估算椭球体长短轴之比 $b/a$ .
- (3) 假设奥陌陌反照率为0.04, 在MJD = 58053当天, 奥陌陌的星历如表3所示:

表3

日期	赤经	赤纬	地心距/AU	日心距/AU	距角/°	相位/°
2017 10 26	00 06 10.5	+04 48 35	0.4270	1.3821	150.6	20.7

请根据表3内容, 采用你第(2)问中得到的长短轴之比 $b/a$ , 计算奥陌陌的短轴长 $2a$ .

**提示:** 相位引起的星等减暗值可以近似取作:  $\Phi(\beta) = \beta \cdot 0.04 \text{ mag/}^\circ$ ; g波段下, 太阳视星等为-26.4等.

- (4) 估计奥陌陌的密度, 并加以简单文字说明.
- (5) (仅低年组) 计算奥陌陌离开太阳系引力范围后, 在星际空间内穿行的速度; 它需要多少年才能穿过4光年的距离(这一距离是比邻星到我们的距离)?
- (6) (仅高年组) 计算奥陌陌进入太阳系引力范围前, 在星际空间内穿行的速度; 假设太阳系附近空间中恒星的平均间距为2 pc, 每颗恒星的引力范围为10 AU, 则在奥陌陌探访太阳系之前, 它大约在星际空间内穿行了多长时间? 这一时间长度和宇宙年龄的比值是多少?

# 2019年国际天文奥赛国家集训队选拔赛试题

贵州 平塘 2019年4月24日

## I. 理论部分

### 1. (低年组) 火卫二凌日

当火星的卫星运行到太阳和火星之间时，就会发生所谓的“火星日食”。但由于火卫二体积很小，无法完全挡住太阳，因此只能发生火卫二凌日。2019年3月17日，好奇号火星探测器就曾观测到一次火卫二凌日。假设火卫二是一个直径约为12.4千米的正球形天体，距离火星表面约20067千米。请估算在火星上能观测到的火卫二凌日的持续时间，并画出火卫二凌日的示意图，注意太阳和火卫二大小要成比例。

### 2. (低年组和高年组) 流浪地球

今年大年初一上映的电影《流浪地球》可谓开启了中国现代科幻电影元年，获得了口碑和票房的双丰收。剧中，重启行星发动机的剧情也让人津津乐道。假设某救援队从位于中国乌鲁木齐的基地出发，开飞机运送火石救援位于印尼苏拉威西的转向发动机，基地位置为： $43^{\circ}51'1.95''N, 87^{\circ}34'2.54''E$ ；转向发动机位置为： $0^{\circ}23'32.64''S, 119^{\circ}55'51.92''E$ 。因为任务紧急，出动救援队过多，基地燃油储备不足，这架飞机必须在途中的补给站进行燃油补给才能飞到印尼。已知在飞行路线附近有两个补给站，一个是重庆补给站，位置为： $29^{\circ}33'31.10''N, 106^{\circ}34'10.99''E$ ；另一个是贵阳补给站，位置为 $26^{\circ}34'57.54''N, 106^{\circ}42'14.84''E$ ，试问应该选择哪个补给站，才能尽可能少绕路？地球可视为球形，请给出你的计算过程。

### 3. (低年组和高年组) 恒星的亮度

大家熟知的星等系统起源于古希腊天文学家针对恒星的目视亮度所作的分类。到了19世纪，这一分类被按照和人类感官大致相当的对数尺度被公式化。星等是天体单色流量的相对测量；不同测光系统不同波段星等大小都是不同的。天文常用的UBV三色测光系统，就是以织女星大气外流量作为标准，织女星的各个波段均为零星等，根据其他恒星的流量与织女星流量之比，来确定其星等大小。织女星U, B, V三个波段的流量分别为1810 Jy, 4260 Jy, 3640 Jy。

(1) 已知某颗恒星的基本参数如表1，求该星B波段观测到的星等。

(2) 星际消光会让天体星等比实际偏大。天文学家常用V波段消光与 $B - V$ 波段的色余之比 $R_V$ 来表征消光随环境的变化，银河系的 $R_V$ 约为3.1。一般认为，同光谱型的恒星，其不受消光影响的本征色指数是一样的。请根据表2求出上述恒星V波段的绝对星等。

光谱型	视差	视星等	观测色指数 $B - V$
B1 V	$8.07 \times 10^{-3}''$	2.62 <sup>m</sup>	-0.08 <sup>m</sup>

表1

主序星(光度型V)参数				
光谱型	$T_{eff}$	$U - B$	$B - V$	$V - R$
O5	42000	-1.19	-0.33	-0.15
O9	34000	-1.12	-0.31	-0.15
B0	30000	-1.08	-0.3	-0.10
B1	25400	-0.95	-0.26	-0.08
B5	15200	-0.58	-0.17	-0.06

表2

#### 4. (高年组) 引力波和脉冲星

在科学的研究中，重大事件的发现既需要丰富的积累，也需要幸运的降临。1974年7月，美国天文学家Russel Hulse和Joseph Taylor利用阿雷西沃(Arecibo)天文台观测的脉冲星数据发现了一颗具有伴星的脉冲星，并测算出了该双星系统的轨道周期。令人惊讶的是，随着观测的推进，该系统的轨道周期在缓慢减小。这引起了人们的强烈兴趣，人们猜测这是因为双星绕转辐射引力波而造成的。根据广义相对论，双星系统绕转辐射的引力波频率是其绕转频率的两倍。下面我们考虑一个圆轨道双星系统，两星质量分别为 $m_1$ 和 $m_2$ ，它们之间的距离为 $R$ 。

- (1) 根据广义相对论的弱场近似，当圆轨道双星距离远远大于它们自身半径时，该系统辐射的引力波功率为：

$$P = \frac{32}{5} \frac{G^4 (m_1 + m_2) m_1^2 m_2^2}{c^5 R^5}.$$

不考虑其他的相对论效应，请证明该系统的绕转频率随时间的改变 $f$ 满足以下公式：

$$\frac{df}{dt} = \frac{96}{5} \pi^{8/3} \left( \frac{GM}{c^3} \right)^{5/3} f^{11/3}.$$

其中， $M = \frac{(m_1 m_2)^{3/5}}{(m_1 + m_2)^{1/5}}$  拥有质量量纲，称为啁啾质量(Chirp mass)。

- (2) 根据Hulse和Taylor的计算，该双星系统的主星质量为 $m_1 = 1.4398 M_\odot$ ，伴星质量为 $m_2 = 1.3886 M_\odot$ ，当前轨道半长轴为 $a = 0.013$  au。假设它们按照圆轨道绕转，请估算当前引力波辐射的功率 $P$ 和引力波辐射频率的改变 $df/dt$ 。
- (3) 请估算上述双星系统的引力波辐射相当于一个绝对热星等为多少的恒星？
- 随着观测数据的积累，Hulse-Taylor 脉冲星的轨道进动精确地验证了广义相对论的预言，这也间接证明了引力波的存在。Taylor 和Hulse也在1993年获得了诺贝尔物理学奖。目前地面探测引力波的方法还不能探测极低频引力波，而这些极低频引力波通常由双超大质量黑洞绕转产生。
- (4) 考虑星系中央的两个质量各为 $10^{10} M_\odot$ 的超大质量黑洞互相做圆轨道绕转，它们之间的距离是10倍史瓦西半径 $R_S$ 。请问该系统引力波辐射的频率为多少赫兹(Hz)？
- (5) 为什么天文学家猜测有些大质量星系中心会有两个超大质量黑洞？

## II. 实测部分

#### 5. (低年组和高年组) 盖亚时代

近年来，盖亚卫星(GAIA)源源不断地向地面传回了高精度的天体测量数据，相关的研究成果已经深远地影响了我们对银河系的结构和演化历史的认识。在本题中，你需要对某一星场的盖亚数据进行分析。

图1展示了某一 $0.8^\circ \times 0.8^\circ$ 天区内所有亮于16等的恒星。你应该很容易看得出一个疏散星团状的结构，这就是我们的研究对象NGC 7789 (你甚至可能在秋天观测过它)。显然，并不是所有恒星都属于这个星团，所以在正式的分析之前，你需要选出这里面的所有成员星，而一个有效的方法就是利用恒星的自行(见图2)。

表3中展示了这一视场中40颗恒星的坐标、自行(单位：毫角秒/年, mas/yr)、视向速度(单位：km/s)和视差(单位：毫角秒, mas)，请逐步完成下列分析：

- (1) 根据视场内恒星的自行信息，在表3中选出属于NGC 7789 的成员星，用√号标注。
- (2) 分别求出成员星赤经、赤纬的中位数，并以这个值作为星团的中心。
- (3) 求出成员星到星团中心角距离的中位数(单位：角分)，并以这个值作为星团的视半径。

- (4) 求出成员星视差的中位数(单位: 毫角秒), 并以这个值作为星团的视差.  
 (5) 根据星团视差和视半径, 求出星团的半径(单位: 秒差距, pc) .  
 (6) 求出成员星视向速度中正数第三和倒数第三之间的差值, 并以这个差值的一半作为星团的速度弥散(单位: km/s).  
 (7) 假设星团半径内恒星密度分布均匀, 请通过位力定理(Virial Theorem), 求出星团的力学质量(单位: 太阳质量  $M_{\odot}$ ).

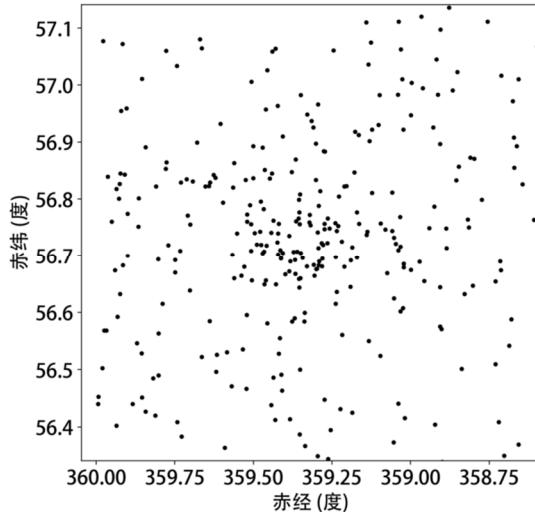


图1

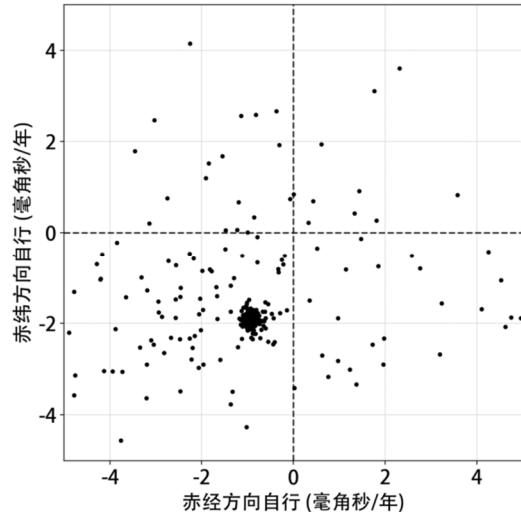


图2

表3 NGC 7789视场内40颗恒星的天体测量数据

赤经			赤纬			赤经自行	赤纬自行	视向速度	视差	成员星
hh	mm	ss.s	dd	mm	ss.s	mas/yr	mas/yr	km/s	mas	
23	56	11.3	56	43	16.5	-0.78	-1.84	-44.53	0.4529	
23	58	04.8	56	45	36.2	-3.65	-1.43	-60.92	0.5486	
23	56	23.1	56	31	25.9	-1.0	0.0	-92.75	0.1388	
23	57	16.9	56	46	19.9	-0.87	-1.93	-54.28	0.3807	
23	58	34.0	56	49	21.9	-3.73	-3.06	-65.37	0.199	
23	57	29.5	56	42	23.5	-0.95	-2.03	-53.29	0.4086	
23	57	24.2	56	39	36.1	-0.89	-2.22	-58.19	0.4158	
23	57	12.1	56	40	31.8	-0.87	-2.05	-55.86	0.4315	
23	59	53.9	56	34	5.2	1.48	-0.14	-7.66	0.3258	
23	55	19.0	56	37	55.0	-3.14	0.2	-37.63	0.3375	
23	59	36.8	56	57	32.1	-3.19	-2.9	-27.44	0.2705	
23	59	52.4	56	34	6.7	-0.44	-2.46	-59.53	1.6158	
23	56	7.7	56	42	58.5	-1.66	-1.91	-53.17	0.438	
23	56	32.4	57	2	10.6	-0.75	-1.83	-54.98	0.4838	
23	57	12.4	56	50	0.7	-1.09	-1.66	-52.87	0.4186	
23	57	24.9	56	23	12.8	-0.37	2.67	-7.84	0.21	
23	55	21.0	56	30	6.0	-2.22	-2.79	-47.34	0.8834	
23	56	6.4	57	0	38.2	-1.08	-1.99	-53.44	0.444	
23	58	58.6	57	2	0.9	-2.47	-1.43	-84.02	0.2589	
23	56	5.5	56	55	19.8	1.81	0.26	7.35	0.3296	
23	57	51.6	56	38	56.6	-0.97	-2.0	-53.83	0.5633	
23	57	52.0	56	42	25.6	1.14	-0.83	-52.02	0.5272	
23	54	44.8	56	32	31.4	-0.89	-2.35	-57.74	0.4585	
23	56	39.3	56	45	24.2	-1.07	-1.97	-53.47	0.4778	
23	57	27.9	56	40	3.8	-0.41	-2.41	-54.6	0.4936	
23	56	17.8	56	40	7.7	-0.65	-2.05	-53.47	0.523	
23	56	12.7	56	43	55.8	-1.14	2.56	-0.54	1.3013	
23	57	41.6	56	57	49.8	-3.94	-3.05	-54.13	0.3573	
23	56	5.4	56	41	7.0	-1.6	-2.79	-76.4	0.4136	
23	55	23.3	56	51	25.9	-0.22	-0.71	-27.64	0.5417	
23	56	33.8	57	6	36.6	-4.13	-3.04	6.69	1.192	
23	57	15.6	56	56	13.2	-0.47	-1.8	-50.22	0.4675	
23	57	50.1	56	43	5.3	-0.94	-1.89	-54.68	0.4265	
23	56	44.5	56	42	53.5	-0.89	-1.86	-53.17	0.4387	
23	58	14.8	56	39	35.5	-0.33	-0.82	-39.42	0.4998	
23	59	41.2	56	57	18.3	-2.02	-2.15	-89.52	0.3774	
23	54	25.8	56	45	47.9	-3.85	-0.22	-17.01	0.4076	
23	58	2.8	56	47	20.9	-0.85	-1.97	-56.26	0.4122	
23	57	44.8	56	45	44.0	-0.6	-1.89	-49.24	0.4057	
23	57	10.1	56	47	16.6	-0.88	-1.77	-52.96	0.4691	

# 2020年国际天文奥林匹克竞赛集训国家队甄选试题

2020年8月7日

注：由于疫情，CNAO2020未能在上半年举办，2020年国家集训队进行了线上的集训以及选拔考试，且当年仅举办了GeCAA一项国际赛事。因此该试题实际上不是国家集训队选拔试题，而是国家队选拔试题。

## 理论1. 月球激光束

科学家利用Apache Point天文台的35 m望远镜向月球发出激光脉冲。一部分激光被阿波罗计划放置的平面反射镜反射回地球，可以借此精确测量月球和地球的距离。月球上最大的反射镜是阿波罗15号任务放置的反射镜，面积为0.6平方米。（常数：太阳常数 $F_{\odot} = 1367 \text{ W m}^{-2}$ ，普朗克常数 $h = 6.62 \times 10^{-34} \text{ J s}$ ）

- (1) 望远镜发出的激光束到达月球后形成的光斑直径约为多少？由于光线来回月球需要一定时间，望远镜的指向是否有必要做出相应调整？
- (2) 激光的波长是532 nm，每个激光脉冲宽度是90 ps ( $1 \text{ ps} = 10^{-12} \text{ s}$ )，能量为115 mJ。在反射镜附近看，激光束的亮度相当于多少等星？
- (3) 理想情况下每次脉冲有多少光子会被反射镜反射回地球的方向，有多少最终会被同一台望远镜探测到？实际观测中还存在哪些因素会影响接收到光子的概率？

## 理论2. 低面亮度天文与蜻蜓望远镜

- (1) 考虑一个面亮度均匀的假想星系。它的形状是圆形，半径为 $r = 1 \text{ arcmin}$ ，且恒星都分布在该半径以内。该星系在g波段的面亮度为 $\mu_g = 27 \text{ mag/arcsec}^2$ ，请计算该星系在g波段的总星等。
- (2) 在忽略宇宙学效应和尘埃消光影响的情况下，请推导一个星系的面亮度与距离的关系。距离越远，是否面亮度就越低呢？
- (3) 在熟悉了面亮度的概念之后，我们考虑如何设计一台适合观测低面亮度天体的望远镜。在这里我们将用单个像素接收到的(单色)光子数 $N_{\text{ppp}}$  (photon per pixel)来作为评价望远镜探测低面亮度天体能力的标准。设一台望远镜的口径为 $D$ ，焦距为 $F$ ，焦比定义为 $f = \frac{F}{D}$ 。该望远镜配备有一台CCD相机，相机的像素大小(长度)为 $a$  (一般以微米为单位)

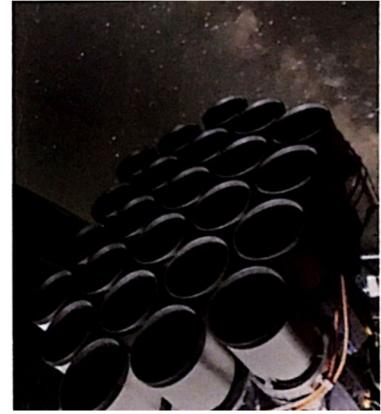
若用该系统拍摄某面亮度为 $\mu$ 的弥散源，曝光时间为 $t_{\text{exp}}$ ，请写出单个像素接收到的光子数 $N_{\text{ppp}}$ 与上述物理量之间的比例关系，如 $N_{\text{ppp}} \propto D^{\alpha} F^{\beta} a^{\gamma}$ 。

- (4) 观察(3)中得到的比例关系，请判断下列叙述是否正确，并说出理由。  
为了提升望远镜探测低面亮度天体的能力，我们应该\_\_\_\_\_。
  - a. 使用大焦比的望远镜
  - b. 使用大口径的望远镜
  - c. 使用像素面积较大的CCD相机
- (5) 根据以上分析，我们明白了一台适合观测低面亮度弥散天体的望远镜应该具备什么特性。下面我们来考察一台在低面亮度天文领域独树一帜的望远镜。蜻蜓望远镜阵列(Dragonfly Telephoto Array, 图1)是由48个佳能Canon 400 mm f/28 ISII USM长焦镜头组成的望远镜系统。它相当于一个一米口径、焦比为0.4的折射望远镜。每一个镜头

后面都安装有一个STF-8300M CCD相机, 其CCD的尺寸为 $1796 \text{ mm} \times 1352 \text{ mm}$ , 包含有 $3326 \times 2504$ 个像素.

- a. 计算单镜头的底片比例尺(以arcsec/pixel为单位)和单镜头的视场(FOV).
- b. 望远镜坐落于美国新墨西哥州, 天空的视宁度大约是FWHM $\sim 6$  arcsec. 考虑一个本星系群中矮星系Draco, 其g波段绝对星等为 $M_g = -8.8$ , g波段中心面亮度为 $\mu_g = 25.0 \text{ mag/arcsec}^2$ , 距离为 $D = 76 \text{ kpc}$ , 其有效半径为 $r_{\text{eff}} = 10.0 \text{ arcmin}$ . 试问该矮星系最远放在多远的地方, 蜻蜓望远镜就无法探测到该星系? (蜻蜓望远镜的探测极限为 $\mu_g = 30 \text{ mag/arcsec}^2$ )
- c. 蜻蜓望远镜配备的佳能长焦镜头经过了纳米级抗反射镀膜, 拥有极好的光学品质. 请结合你对不同类型望远镜的了解, 讨论以下问题:

你更愿意选择哪种望远镜来研究低面亮度天文? 反射望远镜、单个折射望远镜, 还是长焦镜头阵列?



### 实测1. 银河系球状星团

在接下来的题目中, 你将重复一项九十年前的重要工作, 不过具体样本略有不同. 表1给出了银河系中19个球状星团的性质:

序号	球状星团编号	B波段视星等 $m_B$	$B - I$	视直径 $d$ (')
1	NGC 5139	4.46	1.83	10.00
2	NGC 104	4.83	2.02	6.34
3	NGC 6752	6.06	1.59	3.82
4	NGC 6656	6.08	2.40	6.72
5	NGC 5904	6.37	1.67	3.54
6	NGC 6205	6.46	1.54	3.38
7	NGC 6397	6.46	1.76	5.80
8	NGC 6121	6.66	2.45	8.66
9	NGC 6093	8.17	1.95	1.22
10	NGC 4372	8.34	2.60	7.82
11	NGC 6441	8.42	2.89	1.14
12	NGC 6712	9.27	2.74	2.66
13	NGC 6496	9.52	—	2.04
14	NGC 6101	9.84	—	2.10
15	NGC 6569	9.89	3.03	1.60
16	NGC 6558	10.37	2.57	4.30
17	NGC 6139	10.39	3.26	1.70
18	NGC 5946	10.90	2.87	1.78
19	NGC 4147	10.91	1.38	0.96

- (1) 现在假设所有的球状星团的实际大小(角直径)和B波段光度都一样(当然, 这个假设是错的), 根据这个假设, 我们看到不同大小、不同亮度的球状星团是因为它们到我们的

距离不一样. 假设球状星团的典型直径为 $D$  pc, 典型B波段绝对星等为 $M_B$ , 请推导出你期待的球状星团视直径( $d$ , 单位为角分)与B波段视星等( $m_B$ )之间的关系.

- (2) 根据表格数据, 绘制B波段视星等与视直径的散点图. 请将坐标轴的名称, 刻度标注清晰, 并对合适的物理量取对数坐标.
- (3) 对绘制的数据进行线性拟合, 写出你得到的关系式, 并在图上标示出来. 你得到的斜率和(1)的结果一致吗(Yes/No)? 你得到的线性关系更陡吗(Yes/No)?
- (4) 考虑该结果的物理含义(提示: 色指数).
- (5) 表中的球状星团均使用NGC编号, 你能写出其中两个天体的常用名吗? 请使用国际常用名, 如NGC 6093 = M80.

## 四. 部分试题答案

### CNAO 2002参考答案

#### Group A. 低年组

- (1) 解答: 我们知道地球公转一周的时间叫1回归年, 1回归年= 365.2422日. 儒略历规定平时1年有365天, 4年一闰, 在闰年里, 1年有366天, 所以, 儒略历的1平均年= 365.25日, 为了缩小历年与回归年的长度差, 格里历规定: 一年365天, 4年一闰, 还规定在100年以上, 凡是年的数值被400除尽的才是闰年, 如公元100年, 200年, 300年, 虽被4除尽但不能被400除尽, 就不是闰年, 而400年是闰年. 所以在400年中格里历比儒略历少3天, 因此格里历的历年平均为 $(365.25 \times 400 - 3)/400 = 365.2425$ 日, 和回归年在3300年中才差1日. 本题已知这两个历法在第3世纪(公元300年)相合, 在公元2000年儒略历落后格里历13天. 所以, 在 $2000 - 300 = 1700$ , 即17个世纪内相差13天;  $365.2422 - 13 = 352.2422$ ; 4个世纪差3天, 所以 $352.2422/3 = 117.41$ ;  $4 \times 117.41 = 469.64$ 是继20世纪之后的世纪数. 则 $469.64 + 20 = 489.64$ , 即第490世纪, 格里历与儒略历相差一年, 在日期上又重合了.
- (2) 解答: 两颗恒星具有相同的光谱型说明它们的表面温度相同, 进而可知它们单位面积的表面亮度大致相同, 又已知有着相同的视星等且距离差为两倍, 可知它们的表面积差为4倍, 故它们的直径比为2:1, 较远的星的直径较大.

#### Group B. 高年组

- (1) 解答: 先介绍一下红移的概念, 天体光谱中的某一谱线相对于实验室光源同一谱线的静止波长向红端的位移称为红移. 红移 $z$ 用下面的公式描述:

$$z = (\lambda - \lambda_0)/\lambda_0 = \Delta\lambda/\lambda_0 \dots \dots (1)$$

式中 $\lambda_0$ 是某谱线的静止波长,  $\lambda$ 是同一谱线在天体光谱中的波长,  $z > 0$ 时表示谱线由静止波长向波长较长的红端移动, 称为红移;  $z < 0$ 时则称为紫移(或蓝移);  $z$ 是无量纲的标量, 按照多普勒效应可以方便的由红移得到天体的退行速度:  $z = v/c \dots \dots (2)$

式中 $v$ 为天体的退行速度,  $c$ 为光速. 但需要特别说明的是这个公式仅仅适用于天体的退行速度与光速相比非常小的情况下, 当 $v$ 与 $c$ 可比的时候, 需要考虑相对论效应, 此时:  $v/c = [(z + 1)^2 - 1]/[(z + 1)^2 + 1] \dots \dots (3)$

具体到本题的情况, 将已知条件带入上面求红移的公式(1), 可得类星体的红移为4.0, 如果利用(2)式计算退行速度 $v$ , 则 $v$ 将大于光速 $c$ , 显然不合理, 说明这个类星体的退行速度很大, 要考虑相对论效应, 故应带入(3)式, 可得(a)的答案为:  $v = 0.92 \times c = 276000 \text{ km/s}$ .

下面利用哈勃定律求这个类星体的距离. 哈勃定律可以表达为:  $v = HD \dots \dots (4)$

式中 $v$ 为天体的视向退行速度,  $H$ 为哈勃常数,  $D$ 为天体的距离. 它表示天体的视向退行速度与距离成正比, 即距离越远, 退行速度越大. 将(a)中求得的 $v$ 带入(4), 可得这个类星体到我们的距离为3680 Mpc.

- (2) 解答: 这是一道很有意思的试题. 题中指出猫都是黑色的且它们所在的天体是由绝对黑体组成的, 这表明天体和猫都是不发光的, 青年科学家们探测到的光都来自猫的眼睛. 再利用我们多次提到的公式:

$$m_1 - m_2 = -2.5\lg(F_1/F_2), \text{ 可得当一只猫眨眼时}(24.52^m)\text{亮度与正常时}(24.32^m)\text{之比},$$

$24.52 - 24.32 = -2.5\lg(F_1/F_2)$ ; 可求出  $F_1/F_2 = 0.83$ , 进一步可以求出  $F_2/(F_2 - F_1) \approx 6$  也就是说共有6只猫.

- (3) 解答: 月球绕地球运行的轨道为一个椭圆, 地球位于椭圆的一个焦点上, 设  $a$  为月球轨道的半长径,  $c$  为月球轨道的焦距, 则月球在远地点和近地点时到地球的距离之比为  $(a + c)/(a - c)$ , 从附图中量出两个月亮的直径比, 这就是月球在远地点和近地点时到地球的距离之比  $(a + c)/(a - c)$ , 可进一步求出月球椭圆轨道的偏心率:  $e = c/a$  从图中我们量得近地点与远地点拍摄的两个月亮像的直径分别约为36 mm与31 mm, 即  $(a + c)/(a - c) = 36/31$ , 可得  $e = c/a = 5/67$ .

我们知道, 一个朔望月等于29.53天, 一个交点月等于27.55天, 则月亮连续两次在近地点附近为望(满月)的时间间隔  $E$  为  $1/E(\text{日}) = 1/\text{交点月的长度(日)} - 1/\text{朔望月的长度(日)}$ , 可算出  $E = 410.91(\text{日})$ , 而月亮连续在望附近分别过近地点和远地点的时间间隔为  $E$  的一半, 即拍摄这两幅图像的最小间隔为  $410.91/2 = 205.45$  天, 约为7个朔望月.

- (4) 解答: 我们先来计算从100千米的高度看月面上的宇航员的张角, 由于飞船上的宇航员在 Mare Frigoris 的正上方, 他看到的月面上宇航员的最大宽度约为0.6米(宇航员的肩部), 张角为1.2角秒, 放大20倍后为24角秒, 人眼的分辨本领约为60角秒, 因此无法发现月面上的宇航员. 但是当宇航员身上的宇航服或头盔上反射率高的地方将足够的太阳光反射到上方时, 或者月面上的宇航员伸开双臂时, 以及月面宇航员的影子较长时, 飞船上的宇航员便可发现他. 解答本题时需要注意题中宇航员是白天在月面上行走, 因此飞船上的宇航员在观察时瞳孔直径不会达到6~7 mm, 用6~7 mm的瞳孔直径代入公式计算宇航员眼睛的分辨本领是不对的.
- (5) 解答: 先考虑天赤道以北的半个天球, 我们从天赤道开始以  $6^\circ$  为步长将这半个天球分成15个球台, 即赤纬  $0^\circ \sim 6^\circ$  为第一个球台,  $6^\circ \sim 12^\circ$  为第二个球台, 依次类推, 第15个球台实际为一球冠, 赤纬从  $84^\circ \sim \text{北天极}$ . 对于第一个球台, 天赤道为  $360^\circ$ , 因此拍摄这一天区需要  $360/6^\circ = 60$  幅, 再计算第二个球台,  $6^\circ$  的赤纬圈投影到望远镜的焦面上的实际张角为  $360^\circ \cos 6^\circ = 358^\circ$ , 拍摄这一天区需要  $\text{INT}(358.0/6) + 1 = 60$  幅( $\text{INT}$  为取整函数), 再计算第三个球台,  $12^\circ$  的赤纬圈投影到望远镜的焦面上的实际张角为  $360^\circ \cos 12^\circ = 352.10$ , 拍摄这一天区需要  $\text{INT}(352.1/6) + 1 = 59$  幅, 以此类推便可求出用这台望远镜完全覆盖观测每个球台的环状部分的天区需要拍摄的张数, 将15个区域累加起来(天赤道以北的部分)再乘2(整个天球)由此求出覆盖全天需要拍摄1218张底片, 这是需要拍摄的上限; 全天有  $360^\circ/\pi = 41253$  平方度, 每张底片覆盖36平方度, 可得至少要拍摄1146张底片才能覆盖全天, 这是需要拍摄的下限, 当然在实际的观测中是无法做到的. 望远镜应该安放在地球的赤道地区.

## CNAO 2003决赛参考答案

1. 首先得求出水星的公转周期. 根据开普勒第三定律(距离 $a$ 以AU为单位, 绕日周期 $p$ 以地球年为单位):  $a^3 / p^2 = 1$ , 将 $a = 0.387$  AU代入上式, 可知水星的公转周期 $p = 0.24$  yr. = 88 d, 比地球绕日运动快.

水星凌日时, 太阳、水星、地球在一条直线上, 每天水星绕太阳比地球绕太阳多转动 $(360/88 - 360/365)^\circ = 3.1^\circ$ . 假设水星和地球的公转轨道都是正圆, 水星凌日之后的第一次西大距时, 它比地球多转动:

$$\arccos \frac{a_{\text{水星}}}{a_{\text{地球}}} = \arccos 0.387 = 67.2^\circ$$

东大距时, 水星比地球多转动:

$$360^\circ - \arccos \frac{a_{\text{水星}}}{a_{\text{地球}}} = 292.8^\circ$$

因此, 从凌日到西大距的时间应为 $67.2/3.1 = 22$ 天, 从凌日到东大距的时间应为 $292.8/3.1 = 94$ 天.

2. 在北京观测(地理纬度约为40度), 月亮上中天时总是位于天顶以南, 根据:

$$h = 90^\circ - \psi + \delta$$

可知, 月亮的赤纬越大, 其地平高度就越高. 忽略掉黄道与白道的交角后, 月亮可以看作是在黄道上运行, 因此其赤纬的变化范围和太阳相同. 我们知道, 一年之中的夏至是太阳高度角最大的时候, 所以月亮高度最大时, 它应该在黄道上的夏至点附近. 又考虑到上弦月时月亮的黄经应该比太阳大90度左右, 因此这时的太阳就应该在春分点附近, 所对应的时间正好就是三月底左右.

3. 黄赤夹角变为60度, 则北极圈纬度变为:  $90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$ , 南极圈纬度变成 $-30^\circ$ , 即北纬30°到北极、南纬30°到南极都可以有极昼现象发生.

4. 分别通过站立时和卧倒后的头项作地球的切线, 设两切线之间的夹角为 $A$ , 即为太阳在这段时间内运动的角度. 设身高为 $h$ , 地球半径为 $R$ , 通过简单几何推导可知:

$$\sin A = \frac{\sqrt{(R+h)^2 - R^2}}{R+h} = \frac{\sqrt{2Rh+h^2}}{R+h}$$

因为 $h \ll R$ , 可以忽略掉, 上式可化为:

$$\sin A \approx \sqrt{2h/R}$$

又考虑到 $A$ 很小时,  $\sin A = A$ (弧度), 于是有:

$$A = \sqrt{2h/R} = 7 \times 10^{-4} \text{ rad} = 144''$$

太阳一天运行360度, 每秒运动15角秒, 因此要运行144角秒得花费:  $144/15 = 9.6$ 秒, 这就是所要求的时间差.

5. 自转轴与公转轨道平面垂直, 意味着在水星上日夜的长度是相等的. 设水星自转周期为 $T_s$ , 公转周期为 $T_0$ , 一个水星太阳日的长度为 $t$ , 由于公转和自转方向相同, 因此要想连续两次看到太阳升起, 水星除了完成一次自转外, 还必须多转一点把因为公转而造成的减少补回来. 这个额外转动角度 $a$ 的大小是由 $t$ 决定的:

$$a = 2\pi \frac{t}{T_0}$$

转动这个额外角度所需花费的时间为:

$$\Delta = T_s \times \frac{a}{2\pi} = T_s \times \frac{t}{T_0}$$

因此一个太阳日  $t$  内, 水星的转动时间共为:

$$t = T_s + T_s \times \frac{t}{T_0}$$

代入题干数据解得:  $t = 2T_0$ , 因此从日出到日落的时间为  $0.5t = T_0$ , 即一个水星年.

6. 设地球遮挡前和遮挡后太阳的辐射流量分别为  $f$ 、 $F$ , 太阳半径和地球半径分别为  $R$ 、 $r$ , 则:  $f$  正比于  $R^2$ ,  $F$  正比于  $(R^2 - r^2)$ . 由此可知:

$$\frac{f}{F} = \frac{R^2}{R^2 - r^2}$$

即:

$$F = \left[ 1 - \left( \frac{r}{R} \right)^2 \right] \times f$$

根据视星等的定义  $m = -2.5 \lg F + C$ ,  $C$  为观测星等的零点常数, 可以求出遮挡后与遮挡前的星等差  $\Delta m$  为:

$$-2.5 \lg \frac{F}{f} = -2.5 \lg \left[ 1 - \left( \frac{r}{R} \right)^2 \right] \approx 9.1 \times 10^{-5}$$

这个变化小于能被外星人探测到的 0.001 等, 所以他们不可能以这种方法发现地球.

7. 地球半径为 6400 km, 北纬 30° 处的纬线圈长为:

$$2\pi \times 6400 \times \cos 30^\circ = 34808 \text{ km}$$

要保持太阳不落, 夸父要向正西(即沿着纬线)奔跑, 而且必须在一天之内把纬线跑完, 因此他的时速为:

$$v = 34808 / 24 \text{ (km / hour)} = 402 \text{ m / s}$$

声速为 340 米/秒, 所以夸父必须超声速!

8. 小行星本身并不发光, 其亮度来自于它对所接收到的太阳光的反射. 小行星表面接收的太阳光反比于它到太阳的距离  $a$  的平方, 而我们接收的小行星反射的太阳光又反比于地球到小行星的距离  $b$  的平方, 所以我们看到的小行星的流量  $F$  应该反比于  $a^2 \times b^2$ .

第一次冲时:  $a_1 = 2 \text{ AU}$ ,  $b_1 = a_1 - 1 = 1 \text{ AU}$

第二次冲时:  $a_2 = 5 \text{ AU}$ ,  $b_2 = a_2 - 1 = 4 \text{ AU}$

所以两次观测的星等差为:

$$m_2 - m_1 = -2.5 \lg \frac{F_2}{F_1} = -2.5 \lg \frac{a_1^2 \times b_1^2}{a_2^2 \times b_2^2} = 5$$

9. 根据  $m - M = 5 \lg r - 5$ , 其中  $m$  为视星等,  $M$  为绝对星等,  $r$  为距离, 以秒差距(pc)为单位, 可求得超新星的距离为  $r = 100 \text{ Mpc}$ .

这颗星的红移  $z \ll 1$ , 因此  $z = v/c$  成立, 式中  $c$  为光速, 可求出它的退行速度为:

$$v = c \times z = 300000 \text{ km / s} \times 0.023 = 6900 \text{ km / s}$$

根据哈勃定律, 退行速度和距离有如下关系:

$$v = H \times r$$

$H$  即为哈勃常数. 代入上面的数值可求得:

$$H = v / r = 69 \text{ km / s} / \text{Mpc}$$

10. (1) 主要是两个因素:第一, 地球轨道是椭圆, 太阳视运动不均匀;第二, 黄赤夹角的存在, 使得太阳在天赤道上投影运动不均匀.
- (2) 如果地球轨道是圆的, 则太阳在黄道上均匀运动, 一天运行  $360/365.2422 = 0.98565^\circ$ , 春分那天太阳中天到第二天中天, 太阳在天赤道上的投影要运动  $0.98565$  度才行, 则太阳在黄道上要运行:

$$0.98565 / \cos 23.5^\circ = 1.075^\circ$$

所以时钟指示要比12点多:

$$\Delta t = 0.98565 \times \left( \frac{1}{\cos 23.5^\circ} - 1 \right) \times 3600 / 15 = 21 \text{ s}$$

11. 这是一个球状星团, 其成员恒星的视向速度的平均值  $\langle v_r \rangle$  反映了它的线直径  $(r)$  的变化率, 成员星的赤经的平均值  $\langle u \rangle$ , 反映的则是球状星团的角直径  $(\beta)$  的变化率, 二者的平方平均值可以反映这两个量的弥散程度.

假设球状星团的距离为  $d$ , 在一年 ( $t = 1$  年) 里它的线直径和角直径的变化量 (记为  $\Delta r$ ,  $\Delta \beta$ ) 满足如下关系:

$$\Delta r = \langle v_r \rangle \cdot t, \Delta \beta = \langle u \rangle \cdot t, \Delta r \approx d \cdot \Delta \beta \cdot \cos \delta$$

这里乘上  $\cos \delta$  是为了做赤纬修正, 以求出星团在天球上膨胀的真正角度. 可以求出球状星团的距离为:

$$d \approx \frac{3153600 \bar{v}_r (\text{km})}{\bar{u} / 3600 / 57.3 \cdot \cos \delta (\text{rad})} = 6.5 \times 10^{12} \bar{v}_r \cdot \bar{u} \cdot \cos \delta \text{ km}$$

12. 视星等  $m$  与流量  $E$  之间的关系是按下式定义的:

$$m = -2.5 \lg E + C$$

天体的辐射流量  $E$  反比于距离的平方, 其角面积也反比于距离的平方, 所以单位角面积的流量是个常量, 即面星等和距离无关(不考虑宇宙学红移).

设星团和核球的单位角面积流量分别为  $E_1$ 、 $E_2$ , 由题意可知:

$$-2.5 \lg E_1 + C = 20, -2.5 \lg (E_1 + E_2) + C = 19$$

联立两式求解得:

$$E_2 = (10^{0.4} - 1)E_1$$

进一步求得仙女星系核球的面亮度为:

$$m_2 = -2.5 \lg (10^{0.4} - 1) + 20 = 19.55 \text{ mag / arcsec}^2$$

13. 主序阶段中等质量恒星通过4个氢核生成1个氦核的核聚变产生能量来维持其光热辐射, 总产生能量等于:

$$E = \Delta M c^2$$

其中  $\Delta M$  是在核聚变反应中恒星总的质量亏损, 可以认为正比于  $M$ ,  $c$  为光速.

恒星寿命  $t$  正比于总产生能量除以单位时间损失的能量. 单位时间损失的能量就是光度, 于是有:

$$t \propto M / L \propto M^{-2.5}$$

太阳的寿命约为100亿年, 因此两倍太阳质量恒星的寿命为:

$$t = 100 \times \frac{M / M_{\text{sun}}}{L / L_{\text{sun}}} \approx 18 \text{ (亿年)}$$

14. 本题的关键是求出恒星绕质心作圆周运动的速度. 质心可以理解为两个质点的重力矩达到平衡的那一点. 设恒星质量为 $M$ , 行星质量为 $m$ , 行星到恒星的距离为 $a$ , 恒星到质心的距离为 $r$ , 则有:  $M \times r = m \times (a - r)$ , 即得:

$$r = m \cdot \frac{a}{M + m}$$

设恒星的轨道周期为 $P$ , 由开普勒第三定律:

$$P^2 = \frac{4\pi^2 \cdot a^3}{G(M + m)}$$

恒星绕质心旋转是匀速圆周运动, 其速率为 $v = 2\pi r / P$ , 将太阳、木星、地球的质量距离高等数据代入上面各式得:

对太阳-木星系统,  $v = 13.4 \text{ m/s}$ .

对太阳-地球系统,  $v = 0.09 \text{ m/s}$ .

可见这种方法很难探测到太阳-地球系统.

18. 2003年7月5日晚12点在北京观测火星, 其地平高度、方位角、赤经、赤纬、视星等、所在星座分别为:  $12^{\circ}40'$ ,  $299^{\circ}47'$ ;  $22^{\text{h}}40^{\text{m}}$ ,  $-13^{\circ}20'$ ;  $-1.56$ 等; 宝瓶座. 之后的一次火星大冲发生在2003年8月29日, 当时火星位于宝瓶座, 地平坐标为 $352^{\circ}25'$ ,  $33^{\circ}56'$ ; 赤道坐标为 $22^{\text{h}}38^{\text{m}}$ ,  $-15^{\circ}50'$ ; 黄道坐标为 $335^{\circ}02'$ ,  $-06^{\circ}38'$ .

## CNAO 2004决赛参考答案

01-10:

B C D A D D D A(低) B(高) D C

11. 25"是金星对于5000千米基线的视差, 所以可以求出在凌日时地球到金星的距离为:

$$d = \frac{5000 \text{ km}}{25'' / 206265''} = 4.125 \times 10^7 \text{ km}$$

这是地球公转轨道半径和金星公转轨道半径的差, 即为 $(1 - 0.72)$  AU, 所以这次观测得到:

$$1 \text{ AU} = \frac{d}{0.28} = \frac{4.125 \times 10^7}{0.28} = 1.47 \times 10^8 \text{ km}$$

12. 设每颗星质量为 $M$ , 任两颗星距离为 $a$ (等边三角形边长), 则易得每颗星到共同质心的距离为:  $r = a / \sqrt{3}$ , 它受另外两颗星的引力和为(指向质心):

$$F = \frac{GM^2}{a^2} \times \sqrt{3}$$

利用向心力公式:

$$F = M \cdot \left(\frac{2\pi}{P}\right)^2 \cdot r \quad (P \text{ 为转动周期})$$

得到:

$$P^2 = \frac{4\pi^2}{G} \cdot \frac{a^3}{3M}$$

根据地球绕太阳公转周期为一年的事实, 有:

$$(1 \text{ 年})^2 = \frac{4\pi^2}{G} \cdot \frac{(1 \text{ AU})^3}{M_{\text{sun}}}$$

将两式相除得:

$$P = \sqrt{\left(\frac{a}{1 \text{ AU}}\right)^3} \cdot \sqrt{\frac{M_{\text{sun}}}{3M}} \text{ 年} = 1 \text{ 年}$$

13. 设地球的轨道周期为 $P_e$ , 小行星的轨道周期为 $P_a$ , 小行星两次午夜上中天的时间间隔为 $T$ , 则在 $T$ 时间内地球比小行星多转了一圈( $2\pi$ 弧度), 因此:

$$\frac{2\pi}{P_e} \times T - 2\pi = \frac{2\pi}{P_a} \times T$$

代入 $P_e = 1$ 年,  $T = 8/7$ 年, 得 $P_a = 8$ 年. 然后利用开普勒第三定律, 可以得到该小行星的轨道半径为4 AU.

14. 设探测器质量 $m$ , 贴着小行星表面时速度为 $V_0$ , 由机械能守恒:

$$\frac{mV^2}{2} = -\frac{GMm}{R} + \frac{mV_0^2}{2}$$

考虑到探测器在小行星引力作用下的运动应该满足开普勒定律, 根据开普勒第二定律, 探测器和小行星的连线在相同时间 $\Delta t$ 内扫过相同的面积, 在很远的地方这个面积为一个很细长的底边为 $V \times \Delta t$ 、高为 $b$ 的三角形的面积, 在着陆时为底边为 $V_0 \times \Delta t$ , 高为 $R$ 的三角形的面积, 于是有:

$$V \times b = V_0 \times R$$

联立以上两式并消去  $V$ , 可求得瞄准距需满足:

$$b = R \times \sqrt{1 + \frac{2GM}{RV^2}}$$

15. SOHO卫星受到太阳和地球的引力, 两个引力的合力使得卫星绕太阳做周期  $P = 1$  年的圆周运动. 设太阳质量为  $M$ , 地球质量为  $m$ , 卫星质量为  $m_s$ , 太阳到地球的距离为  $a$ , 卫星到地心距离为  $r$ , 则根据圆周运动规律:

$$\frac{GM \cdot m_s}{(a-r)^2} - \frac{Gm \cdot m_s}{r^2} = m_s \cdot \left(\frac{2\pi}{P}\right)^2 \cdot (a-r) \quad \dots\dots(1)$$

地球运动满足:

$$\frac{GM \cdot m}{a^2} = m \cdot \left(\frac{2\pi}{P}\right)^2 \cdot a \quad \dots\dots(2)$$

把(2)代入(1)消去  $P$ , 得:

$$\frac{GM}{(a-r)^2} - \frac{Gm}{r^2} = \frac{GM \cdot (a-r)}{a^3}$$

即:

$$\frac{M}{a^2} \cdot \left(1 - \frac{r}{a}\right)^{-2} - \frac{m}{r^2} = \frac{M}{a^2} \cdot \left(1 - \frac{r}{a}\right)$$

因为  $r/a \ll 1$ , 利用近似公式  $(1+x)^\alpha = 1 + \alpha x$  处理上式左边第一项, 得到:

$$\frac{M}{a^2} \cdot \left(1 + \frac{2r}{a}\right) - \frac{m}{r^2} = \frac{M}{a^2} \cdot \left(1 - \frac{r}{a}\right)$$

求解上式得  $r = 150$  万千米.

SOHO所在的点的学名是太阳地球系统的第一拉格朗日点  $L_1$ .

16. 一般轿车两前灯距离大约是1.5米, 1.5米在5千米处所张的角为:

$$\alpha = \frac{1.5}{5 \times 10^3} \times 206265'' \approx 62''$$

口径  $D$  为1.2厘米的相机在光学波段(可取波长为5000埃左右)对应的衍射极限分辨角为:

$$\theta = 1.22 \frac{\lambda}{D} = 1.22 \cdot 5000 \cdot 10^{-8} / 1.2 \text{ rad} \approx 10'' < \alpha$$

百万像素的相机底版一个像素对应的视角为:  $20^\circ/1024 \approx 70'' > \alpha$ , 可见虽然汽车两个前灯所张的角远大于相机口径的分辨率却小于底版上一个像素的大小, 所以相片上是显不出汽车有两个前灯的, 只是一个亮点而已.

17. 夏夜星空中呈梯形的亮星组合很多, 因此我们不能准确判断出这四颗星究竟属于哪一个星座. 选中任意两颗星(或三颗), 观察一段时间, 记下它们在天上的运动轨迹, 轨迹垂线所指的方向就是南北方向, 然后再比较恒星轨迹弧线的长短就可定出北方(因为在北京, 天顶位于天赤道以北, 越靠近北极, 星迹越短).

18. 在北京(北纬40度)只能观测赤纬大于-50度的天体, 在海口(北纬20度)只能看到赤纬大于-70度的天体.

3月21日(春分), 太阳坐标为  $(0^\circ, 0^\circ)$ . 北京: ④⑦看不到, 天一黑马上看①②, 然后看③⑤⑥, 天亮之前看⑧. 海口: ⑦看不到, 天一黑马上看①②, 然后看③(或者, 天亮之前看③).

10月30日, 太阳坐标为  $(14\text{时}20\text{分}, -14\text{度})$ . 北京: ④看不到, ②因为月亮也可能看不到,

天一黑看⑤, 之后顺序看⑥⑧①⑦③. 海口:④因为太阳看不到, ②因为月亮也可能看不到, 海口比北京黑得晚, 天一黑马上看⑤, 之后顺序看⑥⑧①⑦③.

# CNAO 2005决赛参考答案

## 理论

### I. 选择题:

高年组: D C C A A B A A A C

低年组: D C C A A B D A

### II. 计算题:

1. (低高年组) 设太阳的角半径为 $R$ , 地球到太阳的距离为 $r$ , 太阳的视角直径为 $\alpha$ 弧度:

$$\sin \alpha = R / r$$

太阳的视角半径 $\alpha_1 = 15'$ , 日地距离为 $r_1 = 1$  AU, 假想太阳的距离 $r_2 = 1$ 秒差距, 因此:

$$\frac{\alpha_1}{\alpha_2} = \frac{R / r_1}{R / r_2} = \frac{r_1}{r_2}$$

可以求出:

$$\alpha_2 = \frac{r_1 \cdot \alpha_1}{r_2} = 7.27 \times 10^{-5}'$$

此时的太阳张角为:

$$2\alpha_2 = 2 \times 7.27 \times 10^{-5}' = 0.0087''$$

2. (1) 天体的距离为:

$$d = \frac{10000}{\sin 49''} = 10000 / \left( \frac{49}{3600 \times 57.3} \right) = 4.2 \times 10^7 \text{ km}$$

(2) 设地球的公转轨道半径为 $R$ , 天体的公转轨道半径为 $r$ ,  $D$ 为天体距离地球最远时的距离,  $d$ 为天体距离地球最近时的距离. 分两种情况考虑: 当天体公转轨道在地球公转轨道之内时, 应该有:

$$D = \frac{R + r}{2} = \tan \frac{64''}{2}, \quad d = \frac{R - r}{2} = \tan \frac{10''}{2}$$

可以求出:

$$R / r = 37 / 27$$

当天体公转轨道在地球公转轨道之外时, 可以求得:  $R/r = 27/37$  . .

如果 $r/R = 37/27 = 1.37$ , 则该天体与地球的距离最近时为 $0.37 \text{ AU} > 4.2 \times 10^7 \text{ km}$ , 因此该天体只可能在地球轨道之内绕太阳运行, 所以:  $r/R = 27/37 = 0.73$ .

3. (1) 目视望远镜的视场的直径为:

$$\omega = 15' \times t \times \cos \delta = 15' \times 2.5 \times \cos 46.24^\circ \approx 26'$$

满月的视角直径约为 $30'$ ,  $\omega < 30'$ , 所以用这个望远镜系统看不到整个满月.

(2) 满月的视角直径约为 $30$ 角分, 底片宽度为 $40 \text{ mm}$ , 这个望远镜的底片比例尺为:

$$\alpha = 206265 / F'' / \text{mm} \approx 52'' / \text{mm}$$

月亮在底片上所成的像的直径约为:

$$d = 30 \times 60'' / \alpha \approx 35 \text{ mm}$$

月亮像的直径比底片边长小, 所以在底片上能完整地拍摄下整个满月.

## 实测与观测

## I. 选择题: A C B C

## II. 问答题:

1. (1) 根据  $M_V = m + 5 + 5\lg \pi$  可知,  $m = 10$  等、 $\pi = 0.01$  角秒时(即 100 pc),  $M_V = 5$  等. 也就是说, 表中所列出来的主序星数目只对  $M_V < 5$  等的恒星是完备的, 对  $M_V > 5$  等的恒星则统计不完全.

用  $R_{l(i)}$  表示在极限视星等为 10<sup>m</sup> 的条件下, 绝对星等为  $M_{V(i)}$  的恒星能被观测到的最远距离.  $N_{0(i)}$  表示样本中绝对星等为  $M_{V(i)}$  的恒星的数目,  $N_{\text{real}(i)}$  则为太阳周围绝对星等为  $M_{V(i)}$  的恒星的实际数目. 假设主序星在空间呈球形的均匀分布:

$$M_{V(i)} = m + 5 - 5\lg R_{l(i)}$$

$$m = 10^m \Rightarrow \lg R_{l(i)} = \frac{15 - M_{V(i)}}{5}$$

$$N_{\text{real}(i)} = N_{0(i)} \times \left( \frac{R_0}{R_{l(i)}} \right)^3, \quad \text{当 } R_{l(i)} < R_0 \text{ 时}$$

式中  $R_0 = 100$  pc, 当  $R_{l(i)} > R_0$  时,  $N_{\text{real}(i)} = N_{0(i)}$ . 代入数据计算所得结果见上表, 即太阳附近 100 pc 范围内的主序星总数大致为 157500 颗.

绝对星等( $M_V$ )	个数( $N$ )	总数( $N_{\text{total}}$ )	极限距离(pc)	实际数目
-4	2	2	100	2
-3	3	5	100	3
-2	6	11	100	6
-1	41	52	100	41
0	145	197	100	145
1	536	733	100	536
2	1518	2251	100	1518
3	3779	6030	100	3779
4	5708	11738	100	5708
5	4028	15766	100	4028
6	1643	17409	63.1	6541
7	605	18014	39.8	9589
8	211	18225	25.1	13313
9	63	18288	15.8	15825
10	29	18317	10.0	29000
11	5	18322	6.3	19905
12	3	18325	4.0	47547
				总共 157486 颗

绝对星等 ( $M_V$ )	主星序 个数( $N$ )	主序星 总数( $N_{\text{total}}$ )	改正双星 后的数目
-4	2	2	1
-3	3	5	4
-2	6	11	6
-1	41	52	27
0	145	197	114

1	536	733	413
2	1518	2251	1295
3	3779	6030	3408
4	5708	11738	6633
5	4028	15766	7722
6	1643	17409	4850
7	605	18014	1946
8	211	18225	711
9	63	18288	243
10	29	18317	78
11	5	18322	32
12	3	18325	7
13	0	18325	3

(2) 根据  $M \propto -2.5 \lg L$  可知, 双星系统的合成星等为:

$$M_{V,sys} = -2.5 \lg(10^{-0.4M_{V,pri}} + 10^{-0.4M_{V,sec}})$$

式中  $M_{V,pri}$  代表主星的绝对星等,  $M_{V,sec}$  代表伴星的绝对星等.

当双星的两子星光度相等时, 合成星等比每颗子星约亮0.75等. 所给的表中对所有的双星系统给出的都是合成星等, 以第6行为例, 145颗恒星中, 有72.5个实际上是双星, 它们的总绝对星等为0等, 单颗星的绝对星等应为0.75等, 应落在  $0.5 \leq M_v < 1$  中(第7行). 因此经过双星改正后, 第6行应该减少72.5颗星(73), 而第7行应该增加145颗星. 其余各行都依此类推. 即第  $n$  行改正双星效应后的星数为:

$$N_n' = \frac{N_n}{2} + N_{n-1}$$

改正双星数目后的表格如下表所示.

注: 如果假设恒星在各个  $M_V$  区间段均匀分布, 然后按照:

$$N_n' = \frac{N_n}{4} + \frac{3N_{n-1}}{4}$$

来求改正双星后的数目, 也是正确的.

2. 除了出现时间有严格限制的观测项目(如国际空间站等)外, 对其他观测目标应尽量在其上中天或地平高度较高时观测. 观测流星雨时, 不应同时观测其他天体. 参考表格如下表所示.

观测计划表					
观测日期: 2005.5.4		观测地点: 北京韩村河		观测者:	
序号	观测时间	观测方位	观测内容	使用设备	观测情况说明
01	19点以前	西北	太阳黑子		无滤光片, 不能观测
02	19:12	西北	日落	肉眼	
03	19:39–19:46	西南偏南-东南-正东	国际空间站	均可	都比较困难
04	15:06上中天–21:01落	西南	M42	观简	较低, 难以观测
05	17:06上中天–0:31落	西	土星及其光环	双筒	光环困难

06	19:00上中天-0:00落	西南-西	超新星 2005bu		17.5等, 太暗看不见
07	22:41上中天-03:57落	南	木星红班及 其卫星	双筒	红班看不见
08	19:12升-0:48中天- 6:15落	中天时	谷神星	双筒	接近冲日
11	仅2:42	东南偏东	铱星62	皆可	
12	仅2:52	东南偏东	铱星63		
17	2:14升-7:30上中天	辐射点40 度区域	宝瓶座η流 星雨	肉眼	独占2:00-3:30
10	21:06升-4:54上中天	东南	天鹅座β	双筒	双星
14	2:22升-7:44上中天	东偏南	火星	皆可	
15	23:07升-2:55中天- 6:52落	接近上中 天时	M6和M7	双筒	宝瓶座流星雨间隙
16	2:36升-8:10上中天	东偏南	天王星		
13	1:04升-10:16上中天	东南	M31	皆可	
18	3:34升-9:43上中天	东-东南- 南	月亮	皆可	3:30以后
09	永不下落, 7:30最高	北	仙王座δ	双筒	双星
19	5:10	东北	日出	肉眼	

# CNAO 2006决赛参考答案

## 一. 选择题

A A C C C C D B B A

## 二. 简答与计算题

11.

	水星	金星	火星	木星	土星
距太阳平均距离(天文单位)	0.387	0.7	1.5	5.2	9.6
目前所在星座	双鱼	双鱼	双子	天秤	巨蟹
目前亮度(星等)	-0.65	-4.1	1.5	-2.5	0.28
公转周期(年)	0.24	0.6	1.88	11.9	29.5
自转周期(地球日)	58	228	1	0.4	0.4
质量(地球质量)	0.055	0.816	0.108	318.22	95.23
大小(地球直径)	0.38	0.95	0.53	11.21	9.45
视直径(角秒)	5.5	17	4.8	45	18
自然卫星数	0	0	2	60以上	30以上

13. (低年组)如题中照片, 由于图中景物(树、人、月亮)距离望远镜都很远, 相对镜头的张角很小, 在此可做小角近似:  $\alpha \approx \tan \alpha \propto M$ , 即物体张角与它的像高( $M$ )成正比.

对月亮、树、人分别用下标1、2、3表示,  $L_1$ 、 $L_2$ 、 $L_3$ 分别为三物体实际直径(高度),  $M_1$ 、 $M_2$ 、 $M_3$ 分别为图像的高度,  $d_1$ 、 $d_2$ 、 $d_3$ 为它们到镜头的距离. 可用尺量出:  $M_1 = 9.5$  cm,  $M_2 = 7$  cm,  $M_3 = 0.6$  cm (这里的图片尺寸有所变化, 但比例不变——编者). 已知  $L_1 \approx 1700$  km,  $L_2 = 4$  m,  $L_3 = 1.7$  m,  $d_1 \approx 3800000$  km, 因此根据:

$$\frac{L_1}{d_1} : \frac{L_2}{d_2} : \frac{L_3}{d_3} = M_1 : M_2 : M_3$$

可得:  $d_2 \approx 120$  m,  $d_3 \approx 600$  m.

13. (高年组)由题意可知: 这位观测者拍摄时的恒星时等于大熊座 $\alpha$ 的赤经:  $s = 11^{\text{h}}4^{\text{m}}$ . 而此时地方平时  $t = 0^{\text{h}}$ . 每年9月23日秋分日地方时0时:  $s = t$ . 由于恒星日与平太阳日每天相差:  $24\text{h}/366.2 = 3^{\text{m}}56^{\text{s}}$ , 因此这一天的日期与秋分日之间的间隔大致为:

$$\Delta t = 11^{\text{h}}4^{\text{m}} / 3^{\text{m}}56^{\text{s}} \approx 169 \text{ d}$$

由此推算, 观测日期应为: 3月11日左右. 结果与此日期相差1天以内都算正确.

14. 本题条件为“北京时间”12时, 即东经120度处的地方时. 因此, 各地杆影的方位角(南点起算)为:

$$A = 180^{\circ} + (\lambda - 120^{\circ})$$

答题时也可将角度换算为相应的时间单位.

城市	经度( $^{\circ}$ )	纬度( $^{\circ}$ )	影子方位角( $^{\circ}$ , 南点起算)
北京	116.5	40	176.5
哈尔滨	127	46	187
上海	121	31	181

广州	113	23.5	173
海口	110	20	170
乌鲁木齐	87	43	147

## 高年组附加部分

推导影长的公式:

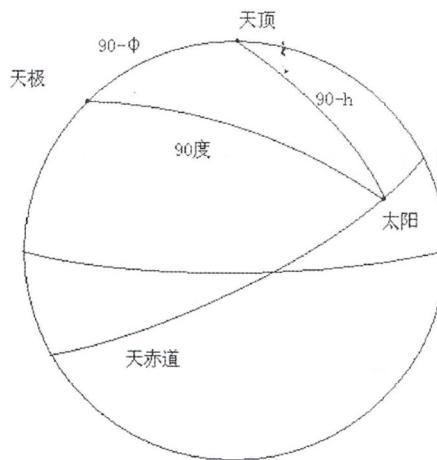
如下图所示, 设杆子长为 $L$ , 影长 $l = L \times \tan h$ ,  $h$ 为太阳的地平高度角,  $h$ 的求解要用到球面三角形中的余弦定理(一般考试不做要求, 会在题干中给出):

$$\cos(90^\circ - h) = \cos(90^\circ - \phi) \cdot \cos(90^\circ - \delta) + \sin(90^\circ - \phi) \cdot \sin(90^\circ - \delta) \cdot \cos t$$

$$\sin h = \sin \phi \sin \delta + \cos \phi \cos \delta \cos t$$

本题中太阳的赤纬为 $\delta = 0^\circ$ , 代入上式可得:

$$\sin h = \cos \phi \cdot \cos t$$



15. (高年组)计算小行星的下一次冲日需要计算其与地球的会合周期. 先利用开普勒第三定律计算该小行星的公转周期, 下面的符号中角标1表示地球、2表示小行星. 对小行星有:

$$a_2^3 = T_2^2, \quad a_2 = 9 \text{ au}, \quad T_2 = 27 \text{ yr}$$

它的会合周期为: .

$$\frac{1}{S} = \frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2}, \quad S = 27 / 26 \text{ yr} \approx 379 \text{ d}$$

竞赛时间为5月4日, 下次冲日为2007年5月18日, 与春分相差58天. 当时太阳赤经为

$$\alpha = 3^{\text{h}} 56^{\text{m}} \times 58 \approx 3^{\text{h}} 48^{\text{m}}$$

小行星赤经为:

$$\alpha_2 = \alpha + 12^{\text{h}} = 15^{\text{h}} 48^{\text{m}}$$

它此时位于天秤座内.

## 高年组和低年组

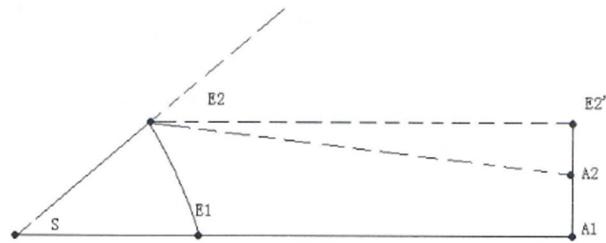
计算小行星相对恒星背景移动1角秒所需的时间.

如下图所示: S为太阳, E、E<sub>2</sub>、A<sub>1</sub>、A<sub>2</sub>分别为地球和小行星冲时及之后一段很短时间后的位

置. 可见地球运行更快, 并且:

$$E_1 E_2' \approx A_1 A_2' = v_1, \quad A_1 A_2 = v_2, \quad S E_1 = a_1, \quad S A_1 = a_2$$

在地球上看, 小行星相对恒星背景移动的角速度为:



$$\omega = \frac{v_1 - v_2}{a_2 - a_1}$$

地球的公转速度 $v_1$ 易于求出, 由此计算出小行星移动1角秒的时间约为300秒.

# CNAO 2007决赛参考答案

## I. 选择题

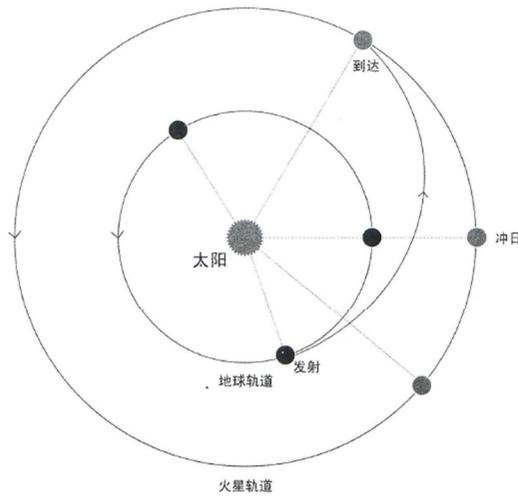
D D B B B C C B D C C A A

## II. 简答题

14. 用开普勒第三定律算出火星的公转周期  $P = 1.874$  年 = 684 天, 也可直接引用 687 天的火星周期. 探测器发射时距火星大冲的时间间隔为 79 天, 到达火星时距火星大冲时的时间间隔为 127 天, 据此可以算出:

地球的位置: 发射时对火星大冲时的夹角: 77.9 度, 到达时夹角: 125.2 度

火星的位置: 发射时: 41.6 度; 到达时: 66.8 度



15. 和地球类比: 地球的公转速度约为 30 km/s, 根据圆轨道运行规律:  $v = 2\pi R/T$ , 因此有:

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{R_1 \cdot T_2}{R_2 \cdot T_1} \quad \dots\dots(1)$$

根据开普勒第三定律:

$$\left(\frac{T_2}{T_1}\right)^2 = \left(\frac{R_2}{R_1}\right)^3$$

联立(1)和(2), 可知:

$$R_2 = \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^2 \times R_1 = 2.25 R_1 = 2.25 \text{ AU}$$

这颗行星与恒星之间的距离为 2.25 天文单位, 可求出张角为:

$$\theta = \frac{R_2}{d} = \frac{2.25}{10 \times 63240} = 3.56 \times 10^{-6} \text{ rad} \approx 0.7''$$

16. 设超新星的距离为  $d$ , 则:  $R = d\theta/2$ ,  $R$  为壳层的线半径. 随着超新星的膨胀, 壳层增大, 观测到的角直径也在增大, 在观测的时间段内, 超新星壳层膨胀速度变化不大, 可以认为是匀减速膨胀, 于是:

$$R_2 - R_1 = \frac{1}{2} \times (V_1 + V_2) \times (t_2 - t_1)$$

其中  $t_2 - t_1 = 255744$  秒, 即:

$$d = \frac{2(R_2 - R_1)}{\theta_2 - \theta_1} = \frac{(V_1 + V_2) \times (t_2 - t_1)}{\theta_2 - \theta_1} = 6.85 \text{ Mpc}$$

17. 因为已经假设恒星是完全均匀分布的, 且密度相同, 则数目之比即体积之比, 亦即观测半径的立方比:

$$\frac{N_1}{N_2} = \frac{V_1}{V_2} = \left(\frac{R_1}{R_2}\right)^3$$

根据  $m - M = 5 \lg r - 5$  可知:  $(m + 1) - M = 5 \lg R_1 - 5$ , 假定  $M$  都相同, 则有:

$$R_1 / R_2 = 10^{0.2} = 1.585$$

所以:

$$\frac{N_1}{N_2} = \left(\frac{R_1}{R_2}\right)^3 = 3.98$$

18. 在希腊神话中, 室女是谷物女神的象征; 黄道星座; 室女座是全天第二大星座; 最亮的星是室女座  $\alpha$ , 中文角宿一, +1 等; 室女座区域有著名的室女座星系团; 室女团距地球约 5000 万光年: M61, M87, M104(草帽星系); M49, 58, 59, 60, [61], 84, 86, [87], 89, 90, [104]; 类星体 3C273 离我们最近的类星体, 距离 30 亿光年; 相邻星座: 狮子, 巨爵, 乌鸦, 天秤, 后发, 牧夫, 长蛇, 巨蛇. 赤经、赤纬范围是  $11.5 \sim 15^h$ ,  $-18^\circ \sim +11^\circ$ ; 升起、落下现在 1 点中天不同季节(有一个时间就成)描述的要正确; 出生日期与星座: 8 月 24 日 ~ 9 月 23 日(本题最多 16 分, 最少 0 分, 有明显错误则倒扣分)

19. (1) 恒星的寿命与质量成正比、与光度成反比:

$$t \propto M / L$$

再根据质光关系  $L \propto M^{3.5}$ , 于是有:

$$t \propto M^{-2.5}$$

将这两颗恒星与太阳相比:

$$\frac{t}{t_\odot} = \left(\frac{M_\odot}{M}\right)^{2.5}$$

其中  $t_\odot = 100$  亿年, 可知  $2M_\odot$  的寿命约为 18 亿年,  $0.5M_\odot$  恒星的寿命约为 560 亿年.

考虑到地球的年龄约为 46 亿年, 而人类出现的时间只有 几百万年, 所以  $2M_\odot$  的行星系统很可能由于恒星寿命太短而来不及演化出智慧生命,  $0.5M_\odot$  的行星系统更可能演化出智慧生命.

- (2) 两颗行星都和地球相同, 当它们的温度也和地球相同时, 才最适合人类移民. 地球的温度( $T_e$ )与太阳光度( $L_\odot$ )和地球与太阳的距离( $D_\odot$ )有关, 考虑到(黑体)辐射是与  $T_e^4$  成正比的, 于是有:

$$T_e \propto \sqrt[4]{L_\odot / D_\odot^2}$$

当地外行星温度  $T = T_e$  (地球温度) 时, 最适合人类移民, 即:

$$L / D^2 = L_\odot / D_\odot^2$$

根据质光关系, 带入数据可以算出对  $2M_\odot$  和  $0.5M_\odot$  的系统, 行星的距离应分别为: 3.4 AU 和 0.3 AU.

20. (1) **方法 I:** 计算火星与地球的轨道速度, 假设圆轨道, 可用开普勒第三定律算出火星的公转周期  $P_m = 1.874$  年(也可直接引用 687 天的火星周期). 地球与火星的轨道速度分别为:

$$V_e = 2\pi / 365 (\text{AU} / d), V_m = 2\pi \times \frac{1.52}{365 \times 1.874} (\text{AU} / d)$$

二者的切向速度的差别导致了火星在恒星背景上沿黄道的西移. 24小时内的移动角度为:

$$\theta = \frac{V_e - V_m}{a_m - a_e} = \frac{2\pi(1 - 1.52 / 1.874)}{365 \times 0.52} = 0.358^\circ, \text{ 方向向西}$$

**方法II:** 如图所示,  $E_1$ 、 $M_1$ 表示地球、火星在大冲时的位置;  $E_2$ 、 $M_2$ 表示地球、火星在大冲后24小时的实际位置;  $M_3$ 为火星以同地球同样的角速度转动24小时后的位置;  $SD_0$ 为角度基准方向, 即恒星背景的基准方向. 可以求出:

$$\theta_3 = 360/365 = 0.986^\circ, \text{ 方向向东};$$

$$\theta_1 \approx SE_1/E_1M_1 \times \theta_3 = 1.897^\circ, \text{ 方向向西}.$$

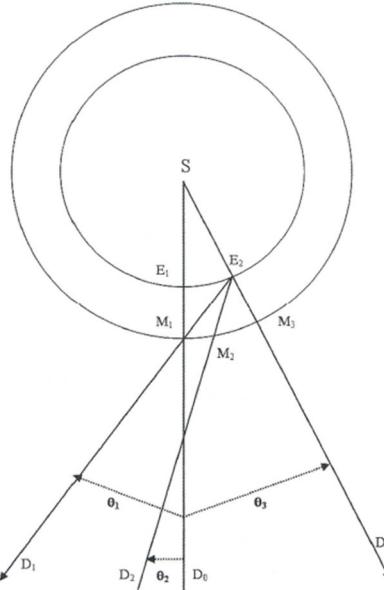
$E_2D_2$ 与 $SD_0$ 之夹角为所求角度, 即 $\theta_2$ , 则:  $\theta_3 = 0.986^\circ, \theta_1 = 1.897^\circ$ , 根据三角形正弦定理:

$$\frac{M_1M_2}{\sin(\theta_1 - \theta_2)} = \frac{M_1M_3}{\sin(\theta_1 + \theta_3)} = \frac{E_2M_3}{\sin \angle E_2M_1M_3}$$

这里的角度均很小, 根据小角近似 $\sin \theta \approx \theta$ , 可得:

$$\frac{M_2M_1}{M_3M_1} = \frac{P_e}{P_m}, \theta_2 = \theta_1 - \frac{P_e}{P_m} \times (\theta_3 + \theta_1) = 0.359^\circ$$

从图上可以看出,  $\theta_2$ 的方向与 $\theta_3$ 相反, 所以在地球上看来, 火星相对于恒星背景向西移动.



(2) 在火星上看地球移动的角速度与在地球上看火星的移动角速度相等(相对于恒星背景), 且方向均为沿黄道向西:  $0.358^\circ/24\text{小时}$ . 再考虑在火星上看太阳, 太阳在恒星背景上的移动角速度为:

$$\omega_1 = \frac{360}{1.874 \times 365} (\text{度} / 24^\text{h}) = 0.526 (\text{度} / 24^\text{h})$$

移动方向为沿黄道向东.

在火星上看地球凌日时, 地球相对于太阳的移动角速度为:

$$\omega_2 = 0.358 + \omega_1 = 0.884^\circ / 24^\text{h}$$

太阳的视角为:  $(0.5/1.52)^\circ$ , 故最大地球凌日时间为地球横穿太阳角直径时:

$$t_{\max} = \frac{0.5 / 1.52}{0.884^\circ / 24^\text{h}} = 8.93^\text{h}$$

若考虑到地球本身视直径的贡献，则最大凌日时间则变为9.11小时。

# CNAO 2008决赛参考答案

选择题(1-13):

A、B、B、B、B、D、C、A、A、D、B、D、C

简答题:

## 14. 肉眼和望远镜

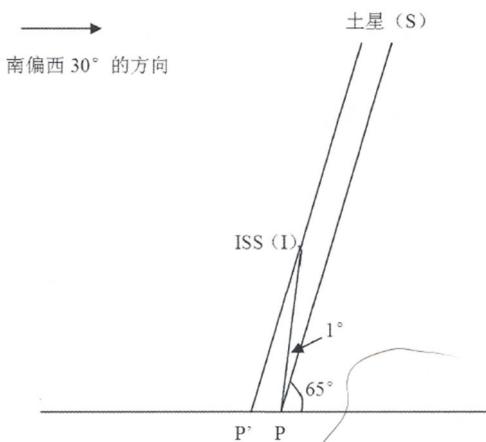
根据望远镜分辨率公式: 分辨角  $\theta = 1.22 \lambda/D$ , 可知分辨率与探测器口径成正比, 因此, 此倍率为  $100 \text{ mm}/6 \text{ mm} = 16.67$  倍. 又因为极限星等  $m_1 = 6.9 + 5 \lg D$ ,  $D$  的单位为厘米, 所以两者极限星等之差为:  $M_1 - M_2 = 6.9 + 5 \lg D_1 - (6.9 + 5 \lg D_2) = 5 \lg(D_1/D_2) = 6.1092$  因此, 观测到恒星视亮度之比:  $2.512^{6.1092} = 278$  倍.

## 15. 卫星掩土星

如图所示: 原观测点为  $P$ , 土星很远, 射过来的光可以考虑为平等光. ISS 在  $I$  点, 角 IPS 为  $1^\circ$ . 因此, 我们距离最短的移动方式是向南偏西  $30^\circ$  的反方向, 即北偏东  $30^\circ$  的方向移动到  $P'$  点进行观测. 欲求  $PP'$ , 就是要解  $IPP'$  这个三角形. 其中  $\angle PIP'$  为  $1^\circ$ ,  $\angle IP'P$  为  $65^\circ$ ,  $IP$  为 400 千米.  $\angle IPP'$  为  $(180 - 65 - 1)^\circ = 114^\circ$ , 由正弦定理得:

$$PP'/\sin \angle PIP' = IP/\sin \angle PP'I$$

因此有:  $PP'/\sin 1^\circ = 400 \text{ km}/\sin 65^\circ$  求得:  $PP' = 7.7 \text{ km}$



## 16. 星座(从略)

## 17. 日食

一次日全食的过程可以包括以下五个时期: 初亏、食既、食甚、生光、复圆.

初亏: 由于月亮自西向东绕地球运转, 所以日食总是在太阳圆面的西边缘开始的. 当月亮的东边缘刚接触到太阳圆面的瞬间(即月面的东边缘与日面的西边缘相外切的时刻), 称为初亏. 初亏也就是日食过程开始的时刻.

食既: 从初亏开始, 就是偏食阶段了. 月亮继续往东运行, 太阳圆面被月亮遮掩的部分逐渐增大, 阳光的强度与热度显著下降. 当月面的东边缘与日面的东边缘相内切时, 称为食既. 此时整个太阳圆面被遮住, 因此, 食既也就是日全食开始的时刻.

食甚: 食既以后, 月轮继续东移, 当月轮中心和日面中心相距最近时, 就达到食甚. 对日偏食来说, 食甚是太阳被月亮遮去最多的时刻.

生光: 月亮继续往东移动, 当月面的东边缘和日面的西边缘相内切的瞬间, 称为生光.

它是日全食结束的时刻.

复圆: 生光之后, 月面继续移离日面, 太阳被遮蔽的部分逐渐减少, 当月面的西边缘与日面的东边缘相切的刹那, 称为复圆. 这时太阳又呈现出圆盘形状, 整个日全食过程就宣告结束了.

对月球上朝向地球这面的观测者, 对应于月食的过程, 在2008年日全食期间将会看到“地环食”的情况:

半影食始: 地球刚刚和月球半影区接触. 此时地面上全食带起点处开始日全食的“初亏”.

初亏: 标志地偏食开始. 地球由东缘慢慢进入月影, 地球与月球本影第一次外切. 此时地面上全食带起点处开始“食既”.

食既: 地球的西边缘与月球本影的西边缘内切, 地球刚好全部进入月球本影内. “地环食”开始.

食甚: 地球的中心与月球本影的中心最近. 对应地面全食带中心点某处的“食甚”.

生光: 地球东边缘与月球本影西边缘相内切, 这时“地环食”阶段结束.

复圆: 地球的西边缘与月球本影东边缘相外切, 这时地偏食全过程结束. 此时地面上全食带终点处开始“生光”.

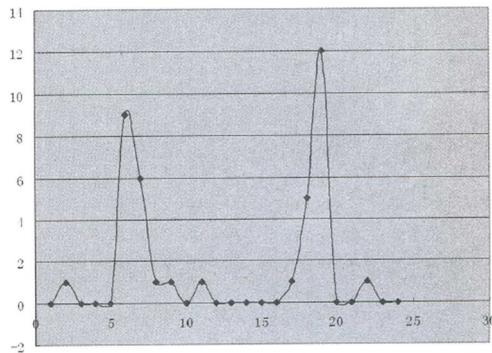
半影食终: 地球离开月球半影. 此时地面上全食带终点处“复圆”, 日全食结束.

## 18. 流星雨

(a) 如下表所示:

C	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7	总	星等
XYZ	0	0	1	1	2	2	4	6	9	13	0	0	38	
偶发	0	1	1	0	1	1	1	0	1	0	0	0	6	数量

(b) 求解此题, 我们需要将观测到流星数的时间划为每5分钟或10分钟一个小阶段, 并且要将北京时间换算成世界时UTC (UTC = 北京时间 - 8h), 可以画出下图, 横坐标为世界时、纵坐标为流星数量



(c) 从以上图可以看出, 极大值发生在UTC14:30, 但对于我们的观测地点( $112.5^{\circ}$  E  $23.5^{\circ}$ N)来说, 两个峰值分别发生在20:20-20:40(15颗)和22:20-22:40(17颗). 由于辐射点为反太阳源, 观测点又在北回归线上附近, 夏至附近的6月22日晚辐射点的周日视运动应在东西方向的卯酉圈上, 即 $120^{\circ} - 112.5^{\circ} = 7.5^{\circ}$ 地方时间比平时比北京方面晚约30分钟, 因此20:30的辐射点地平线高度约为 $30^{\circ}$ , 22:30时约为 $60^{\circ}$ , 需要进行高度改正: 实际(天顶)应该观测到的流星数 $20:30:15/\sin 30^{\circ} = 30$ 颗;  $22:30:17/\sin 60^{\circ} = 19.6$ 颗, 因此该群流星极大时间发生在北京时间20:30左右.

(d) 因为遮挡、视力等因素的影响, 该同学漏掉了40%的流星, 在20分钟内理论的流量为30/60%

$= 50$ , 极大每小时流量ZHR  $= 50 \times 3 = 150$ .

- (e) 应根据最小二乘法线性拟合(画图、求平均值均可), 可以求出或从图中读出直线方程为:  $y = 2.286 + 1.643x$ , 因此斜率即  $r = 1.643$ .

## 19. 双星

这是一个食双星系统, 可以认为它们的轨道面和视线方向几乎平行. 设主星的质量为  $M$ , 半径为  $R$ , 伴星质量为  $m$ , 半径为  $r$ , 伴星到质心的距离为  $c$ , 主星到质心的距离为  $b$ .

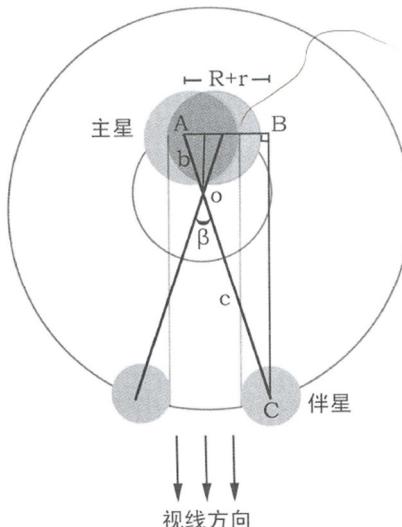
- (1) 设主星的光度为  $L_1$ , 伴星的光度为  $L_2$ . 凌食前的总光度为  $(L_1 + L_2)$ , 凌食后的总光度为  $[L_2 + (R^2 - r^2)/R^2 \cdot L_1]$ , 所以:

$$(L_1 + L_2) \times 98.5\% = L_2 + (R^2 - r^2)/R^2 \cdot L_1 \quad (1)$$

根据质光关系,  $L_2/L_1 \approx (m/M)^{2.8}$ , 当  $L_2/L_1 \approx 0.1$  时, 即当  $m/M < 0.45$  时, 在上式中可忽略  $L_2$  的影响. 从题干可初步判断出伴星的质量较小, 我们在此先假设  $L_2$  可以忽略不计, 求出  $m$  后再对这个假设进行检验. 于是(1)可化为:

$$L_1 \times 98.5\% = \frac{R^2 - r^2}{R^2} L_1 \quad (2)$$

可以求得  $r/R \approx 0.12$ . 所以  $r \approx 0.144R_\odot$ .



- (2) 先求主星到质心的距离  $b$ . 主星的视向速度变化接近于正弦曲线, 表示它绕质心的运动接近正圆. 因此, 主星绕质心运动的速度为  $v = 2\pi b/T$ , 有:

$$b = V \times \frac{T}{2\pi} = 5 \times 8 \times 24 \times 3600 / \pi \approx 0.00735 \text{ AU} \quad (3)$$

然后求伴星到质心的距离  $c$ . 凌食时间为 3.84 小时, 占整个轨道周期(8天)的 2%, 如图所示, 凌食期间, 伴星运行的角度为  $\beta = 4\pi/100$  弧度, 直角三角形 ABC 的斜边  $AC = c + b$ , 直角边  $AB = R + r$ , 所以:

$$\sin \frac{\beta}{2} = \frac{R + r}{b + c} \approx 0.0628 \text{ rad}$$

因此  $c \approx 0.0774 \text{ AU}$ . 根据质心的定义, 有:

$$b/c = m/M \quad (4)$$

根据开普勒第三定律,

$$\frac{(b + c)^3}{T^2} = M + m \quad (5)$$

联立(4)、(5), 代入  $b = 0.00735 \text{ AU}$ ,  $c = 0.0774 \text{ AU}$ ,  $T = 0.022 \text{ 年}$ , 解得:  $M = 1.15m_\odot$ ,

$$m = 0.11m_{\odot}.$$

根据质光关系可以看出, 伴星的光度还不到主星的1%, 与(1)中将伴星的光度 $L_2$ 忽略掉相洽. 注: 由于两星的有效温度未知, 而且并不相等, 因此不能用题干所给出的质光关系直接求它们的质量.

20. 令 $F_A$ 、 $m_A$ 、 $s_A$ 、 $F_B$ 、 $m_B$ 、 $s_B$ 分别表示CFHTLS-Deep和NDWFS的极限流量、极限星等、面积, 令 $F_A'$ 、 $F_B'$ 分别表示两个巡天在每平方角秒面积内能探测到的极限流量,  $C$ 为定标常数. 有:

$$\begin{aligned} m_A &= -2.5 \lg F_A + C, \quad m_B = -2.5 \lg F_B + C \\ F_A' &= F_A / s_A, \quad F_B' = F_B / s_B \\ m_A' &\sim -2.5 \lg F_A', \quad m_B' \sim -2.5 \lg F_B' \end{aligned}$$

所以:

$$\begin{aligned} m_A' - m_B' &= -2.5 \lg \frac{F_A'}{F_B'} = m_A - m_B - 2.5 \lg \frac{s_B}{s_A} \\ &= 28.2 - 26 - 0.48 = 1.7 \text{ mag / arcsec}^2 \end{aligned}$$

可见法国的CFHTLS-Deep小组巡天深度更深.

21. (1) 当天上有九颗太阳时, 地球绕日公转周期与现在相同(均为 $T$ ). 由于中心天体的质量为 $9M_{\odot}$ , 设此时地球公转圆轨道半径为 $r_1$ 、地球质量为 $m$ , 根据开普勒第三定律定律有:

$$\frac{r_1^3 / (1 \text{ AU})^3}{T^2 / (1 \text{ yr})^2} = \frac{9M_{\odot} + m}{M_{\odot} + m}$$

忽略地球质量 $m$ , 解得:  $r_1 = 2.08 \text{ AU}$ . 我们以太阳常量 $W$ 作为考察地球气温的参数, 当有九颗太阳时:

$$W' = \frac{9L}{4\pi r_1^2} = 2.08W$$

可知此时地球上确实比现在要热.

- (2) 题中射日的过程, 意味着中心天体质量突然减小, 因此有地球的运动速度 $v_1$ 大于此处第二宇宙速度的可能性. 果真如此的话, 地球将以过高的速度被“甩离”太阳, 沿一抛物线或双曲线轨道远离太阳而去.

当有9个太阳时, 地球公转速度 $v_1$ 满足:

$$\frac{v_1}{v_0} = \frac{2\pi r_1 / T}{2\pi r_0 / T}$$

其中 $r_0$ 为现在的日地距离(1 AU),  $v_0$ 为现在的公转速度, 解得:

$$v_1 = 61.95 \text{ km/s}$$

后羿一口气射掉八颗太阳, 故八颗太阳消失时, 地球相对太阳依旧以 $v_1$ 运动; 当只有一颗太阳时, 距太阳 $r_1 = 2.08 \text{ AU}$ 处第一宇宙速度为 $v_{11}$ , 而第二宇宙速度 $v_{21} = \sqrt{2}v_{11} = 29.2 \text{ km/s}$ , 由于 $v_1 > v_{21}$ , 因此地球将被“甩离”太阳.

在八颗太阳刚刚被射落时, 太阳常量突变为:

$$W'' = W' / 8 = 0.23W$$

由于地球大气及水体的恒温作用, 地球的气温在很短的时间内还能保持相对稳定. 但由于太阳辐照的突变以及地球离太阳的远去, 地球的气温隨即便会明显下降. 过了数千年, 地球将会成为一颗在宇宙中漂泊的行星.

- (3) 若要满足题意, 至少地球不能在若干颗太阳被射下后而被甩离太阳. 若余下 $k$ 颗太阳,

设 $(9 - k)$ 颗太阳被射下后, 满足条件的 $k$ 所对应的轨道第一宇宙速度为 $v_{10}$ , 必须有:  
 $\sqrt{2}v_{10} > v_1$ , 即:

$$\sqrt{2} \times \sqrt{\frac{k \times GM}{r_1}} > \sqrt{\frac{G \times 9M}{r_1}}$$

容易求出 $k > 4.5$ , 因此至多只能射下四颗太阳.

在射下 $(9 - k)$ 颗太阳的瞬时, 地球位于新轨道的近日点, 根据活力公式: .

$$G \times kM \left( \frac{2}{r_1} - \frac{1}{a_k} \right) = G \times 9M \left( \frac{2}{r_1} - \frac{1}{r_1} \right)$$

可求出新轨道的半长轴为:

$$a_k = k \times \frac{r_1}{2k - 9}$$

若 $k \leq 4$ , 则轨道为双曲线, 地球将不会绕太阳运动, “年”将没有意义. 我们不妨先讨论射下两颗太阳时的情况, 由上式知, 在射下两颗太阳的瞬时:

$$a_7 = 7 \times \frac{r_1}{2 \times 7 - 9} = 2.9 \text{ AU}$$

此时近日距 $d_7 = r_1 = 2.08 \text{ AU}$ , 远日距 $d_7' = 2a_7 - r_1 = 3.74 \text{ AU}$ , 因此在近日点时的太阳常量:

$$W_{\text{近}} = 7 \times \frac{L}{4\pi d_7^2} = 1.62W$$

同理, 在远日点:

$$W_{\text{远}} = 7 \times \frac{L}{4\pi d_7'^2} = 0.5W$$

如果只射下一颗太阳, 则:

$$a_8 = 8 \times \frac{r_1}{2 \times 8 - 9} = 2.4 \text{ AU}$$

此时近日距 $d_8 = r_1 = 2.08 \text{ AU}$ , 远日距 $d_8' = 2a_8 - r_1 = 2.67 \text{ AU}$ . 所以有, 近日点:

$$W_{\text{近}} = 8 \times \frac{L}{4\pi d_8^2} = 1.85W$$

远日点:  $W_{\text{远}} = 1.2W$ .

如果射下的太阳多于两个, 地球在远日点附近接收的能量将会更少. 因此, 无论射下一个或者是两个太阳, 在每年的相当长时间里, 地球都不会接收到与现在相同的热量, 故都难以使地球拥有与如今相同的温度. 倘若真要尽可能地接近今天的气温, 他可以选择射下一颗或者两颗太阳.

## 22. 沙罗周期

### 1. 求食分最大处的经度.

一个沙罗周期的长度为 $29.530588 \times 223 = 6585.321124$ 天, 相当于18年11.321124天, 即下次的日全食将发生在2009年7月22日, 食分最大处的食甚时刻应为世界时02:48:29.8.

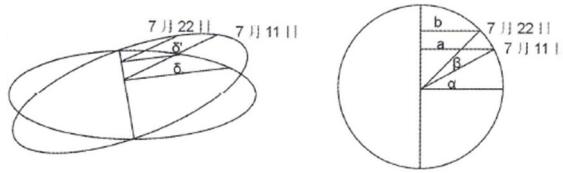
考虑到沙罗周期不是整数日, 在0.321124天里, 地球自西向东自转了

$$\omega = 0.321124 \times 24 \times 15^\circ = 115^\circ 36'$$

所以, 最大见食地点的地理经度变为: 东经 $139^\circ 11'$  .

### 2. 首先要知道一个沙罗周期过后见食地点的纬度变化是由于月影变化与太阳赤纬变化的共同作用造成的. 因此首先要求7月22日的太阳赤纬. 两次日全食的时间相隔为18年11.321124天, 太阳在黄道上运行了

$$\beta = 11.321124 \times 0.9856^\circ = 11.158^\circ$$



7月11日太阳的赤纬记为 $\delta$ , 7月22日的赤纬为 $\delta'$ . 如左下图所示,  $\alpha$ 为从夏至(6月23日)至7月11日太阳在黄道上走过的角度:  $\alpha = 0.9856^\circ/\text{天} \times 18\text{天} = 17.74^\circ$ .

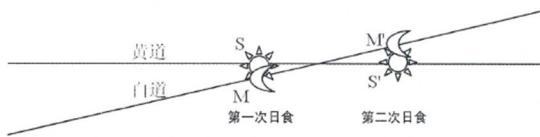
$$\frac{\delta'}{\delta} = \frac{b}{a} = \frac{\cos(\alpha + \beta)}{\cos \alpha} = 0.92$$

因此

$$\delta' = 22.0968^\circ \times 0.92 = 20^\circ 19'$$

3. 求食分最大处的纬度. 如下图所示, S、M、N、 $\phi$ 分别表示第一次日食时的太阳、月球、地球北极、月影直射点赤纬,  $S'$ 、 $M'$ 、 $N'$ 、 $\phi'$ 分别表示第二次日食时的太阳、月球、地球北极、月影直射点赤纬.

19个交年点的长度为 $346.62003 \times 19 = 6585.78057$ 天, 比沙罗周期长 $0.459446$ 天. 太阳在黄道上自西向东运行, 其平均速率为 $360^\circ/365.2422\text{天} = 0.9856^\circ/\text{天}$ , 也就是说第二次日全食时, 太阳离黄白交点的位置比上次偏西 $0.9856^\circ \times 0.459446 = 27.2'$ .



全食时月亮的黄经与太阳相同, 因此月亮的黄经也比上次偏西 $27.2'$ . 取黄白交角为 $\theta = 5^\circ 09'$ ,  $SS' = 27.2'$ , 可以算出第二次日全食时, 月心的黄纬之差为:

$$M'S' - MS = SS' \cdot \tan \theta = 27.2' \times \tan 5^\circ 09' = 2.5'$$

即 $\angle MOM' = 2.5'$ .

两次日食都发生在黄白交点的降交点附近, 这将导致月球的影子在地表上向北偏移, 最大见食点的纬度由 $\phi$ 变为 $\phi'$ . 地月距离 $OM$ 约为 $384000\text{ km}$ , 因此

$$MM' = OM \cdot \sin \angle MOM' = 280\text{ km}$$

$MM'$ 远小于月球轨道和地月距离, 可以认为是平行于 $dd'$ 的直线,  $Sd \gg SM$ ,  $\phi'd'$ 可视为平行于 $\phi d$ . 所以 $dd' \approx MM' = 280\text{ km}$ . 而且

$$\angle O\phi d = \angle SO\phi = \delta - \phi = 6'48.5''$$

因此:  $Od = R \times \sin \angle SO\phi = 12.6\text{ km}$ ,  $Od' = dd' - Od = 267.4\text{ km}$ ,

$$\angle O\phi'd' = \arcsin \frac{Od'}{O\phi'} = 0.042 \text{ rad} = 2^\circ 24'$$

于是 $\angle \phi O \phi' = \angle O \phi' d + \angle O \phi d = 2^\circ 31'$ , 而且:

$$\begin{aligned} \angle \phi' O N' &= \angle N O \phi + \angle N O N' - \angle \phi O \phi' \\ &= 90^\circ - 21^\circ 59' + 22^\circ 05' 48.5'' - 20^\circ 19' - 2^\circ 31' \end{aligned}$$

2009年7月22日食分最大处的地理纬度为:

$$\Phi' = 90^\circ - \angle \phi' O N' = 22^\circ 43'$$

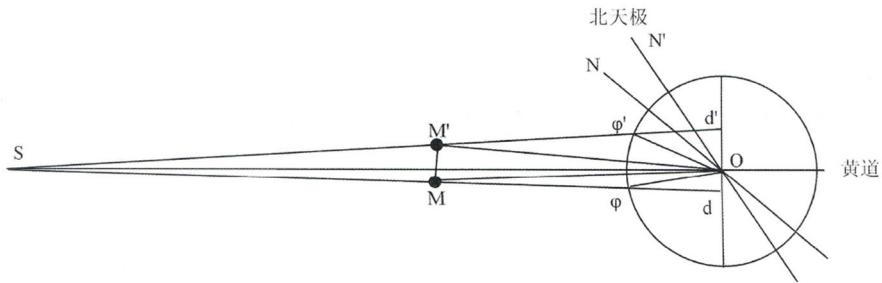
综上所述, 2009年7月22日食分最大处的地理经纬度分别为东经 $139^\circ 11'$ 、北纬 $22^\circ 43'$ , 食

甚时刻为世界时02<sup>h</sup>48<sup>m</sup>29.8<sup>s</sup>, 当地地方平时为

$$2^{\text{h}}48^{\text{m}}29.8^{\text{s}} + 9^{\text{h}}16^{\text{m}}44^{\text{s}} = 12^{\text{h}}05^{\text{m}}13.8^{\text{s}}$$

4. 主要误差来源: “食甚”是对观察者来说的, 当视月球和视太阳的黄经相同时为“食甚”, 而“朔”指的是真太阳和真月亮的黄经相同的时刻, 因此观测者看到“食甚”的时刻并不就是“朔”(见后图), 一般要比“朔”后延一段时间 $\Delta t$ . 这是由月亮与太阳的视差造成的(主要是月球地平视差, 即 $6378/384000 = 0.95$ 度), 后延时间 $\Delta t$ 的长短与视食甚时刻太阳的天顶距、地平圈和黄道的夹角有关, 因此两次日全食时的 $\Delta t$ 并不相同, 所以两次视食甚之间的时间间隔并不严格等于一个沙罗周期. 最大见食地点的经纬度与根据沙罗周期计算出的结果有一定偏差, 经度相差大约15分钟(即4度左右), 这一差别同时也导致了见食地纬度的变化(相差约2度). 此外, 对太阳赤纬的估算, 也可能带来大约 $10'$ 左右的误差. 经过精确计算得出的食分最大处的经纬度为: 北纬 $24^{\circ}12.6'$ 东经 $144^{\circ}06.4'$ , 当地的食甚时刻为: 世界时02<sup>h</sup>35<sup>m</sup>21.1<sup>s</sup>.

当然, 黄白交角的变化(变动于 $4^{\circ}59' \sim 5^{\circ}18'$ )、地月距离、日地距离的变化也会给结果带来误差, 不过它们的影响基本可以忽略.



## 23. 飞行天文台

- (1) 不能. 望远镜指向固定的话, 则必须靠飞机飞行来抵消地球自转, 且飞行的抵消率最大. 地球在赤道附近的自转线速度为:

$$V = \frac{2\pi R}{t} = \frac{2 \times 3.14 \times 6400}{23^{\text{h}}56^{\text{m}}4^{\text{s}}} = 1680 \text{ km/h} > 800 \text{ km/h}$$

注: 20000米相对于地球半径来说很小, 故略去.

根据计算结果可见, 飞机的最大航速也无法抵消赤道上空的地球自转.

- (2) 设可行的最低纬度为 $\phi$ , 此处飞机以最高航速刚好抵消地球自转. 则:  $V = 2\pi R \cos \phi / t$ , 因此

$$\phi = \arccos \frac{V \cdot t}{2\pi R} = \frac{800 \times 23^{\text{h}}56^{\text{m}}4^{\text{s}}}{2 \times 3.14 \times 3600} = 61^{\circ}34'$$

可见, 可以实现实现跟踪的最低纬度是 $61^{\circ}34'$ .

# CNAO 2009决赛参考答案

## I. 选择题

B A B C D A C C B D B B

## II. 简答题

14. 古化和现代测里时间的方法和仪器: 漏刻、日晷、水运仪象台、观察北斗七星、圭表、利用烛火计时、观察太阳的方位和高度估计时间、利用月相估计日期和时间、焚香计时; 钟表计时、单摆计时等等.

15. 根据定义, 食分指日食或月食时, 太阳或月亮被遮蔽的程度, 以太阳或月亮的直径为单位来计算. 例如日食的食分为0.6, 就是说太阳的直径被月球遮住了6/10, 食分为1.02意味着太阳被完全遮蔽, 而且月球的视直径与太阳的视直径之比为1.02. 本题中, 火卫二个头很小, 离火星又远, 因此火星.上日食的最大食分不可能由它造成, 故不予考虑, 只考虑火卫一.

火卫一在火星表面看上去的最大视直径为:

$$\alpha = \frac{2 \times 11.3}{9380 - 3400} = 2 \times 0.0018896 \text{ rad} = 13'$$

根据提丢斯-波得定则, 火星应距太阳1.6 AU, 而太阳在地球上看上去大约为32角分, 因此在火星上看上去应为:  $32 \times 1/1.6 = 20'$ , 因此最大食分为:  $13/20 = 0.65$ .

注: 在地球上看, 太阳的视直径也经常取为30角分算, 而且火星到太阳的距离的精确数为1.52 AU, 因此本题答案在0.61-0.65之间应该都算对.

16. (1) 群星永远东升西落. 所以当金星是昏星时, 从看到它开始它的高度就一直降低, 不可能升高, 所以说金星从树枝下升到树梢上空是不对的.

(2) 北斗七星在我国的黄河流域(北纬35度左右)看来是永不下落的天体, 即它们下中天的地平高度满足:

$$h = \phi + \delta - 90^\circ \geq 0$$

其中 $\phi$ 为观测地的地理纬度,  $\delta$ 为天体的赤纬, 由此可以推断出北斗七星的赤纬大致在55  $\pm$  5度, 它们出现在头顶上时应该位于上中天, 地平高度为90度左右, 在低纬度地区, 它们上中天时位于天顶以南, 根据:

$$h = 90^\circ + \phi - \delta$$

其中 $h$ 为天体上中天(位于天体以南)时的地平高度, 因此在 $h < 90^\circ$ 的地区, 也就是 $\phi < \delta$ 的地区, 北斗七星不可能出现在头顶, 所以文中所述的观测地的地理纬度:

$$\phi \geq \delta \approx 50^\circ \text{N}$$

(3) 大角在东方又刚好是傍晚(18~19时), 只能是四月下旬.

(4) 不能. 广州的纬度大致为北纬23度所以地点上不可能. 2009年3月28日 金星下合, 由昏星变为晨星, 所以考试日(4月3日或4日)即使在高纬地区也不可能在傍晚看到金星.

17. 1. 地球自转轴变化对日月食频率无影响:

2. 月球自转轴方向变化无影响:

3. 月球公转平面即为白道, 地球自转平面为赤道, 白道相对于赤道发生变化, 实际上就是黄道、白道夹角的变化. 若黄白交角变小, 日月食频率增加, 黄白交角变大, 则频率降低;

4. 地月距离增加一倍, 月球的公转周期变长, 日月食频率降低, 另外由于月球视直径变为

现在的一半，只有15角分，日全食不再可能发生，只能发生偏食和环食；

5. 日地距离减少一半，地球的公转周期将变小，而且太阳的视直径增大，显然发生日月食的频率也将增加。
18. (1) 由于行星经过恒星视面阻挡星光，凌星方法通过测量恒星光度变化来发现行星的存在。系外行星探测方法主要有多普勒视向速度、凌星、微引力透镜、天体测量、直接成像。
- (2) 根据星等的定义：

$$m + \Delta m - m = \Delta m = -2.5 \lg \frac{F_1}{F_2} \quad (1)$$

流量之比与恒星、行星的关系为：

$$F_1 / F_2 = 1 - r^2 / R^2 \quad (2)$$

将  $\Delta m = 1/50000 = 0.0002$  带入(1)，可得： $F_1/F_2 = 0.999816$ ，根据(2)即可求出

$$r = 0.0429R = 2987 \text{ km}$$

- (3) 最长凌星时间出现在行星的凌星轨迹与恒星直径重合时，持续时间正比于恒星直径在行星轨道上所截弦的长度相对于行星轨道圆心的张角：

$$\theta = \pi - 2 \arctan \frac{a}{R}$$

其中  $a$  为1个天文单位，即  $1.5 \times 10^8$  千米，所以  $\theta = 0.00928 \text{ rad}$ ，最长凌星时间为：

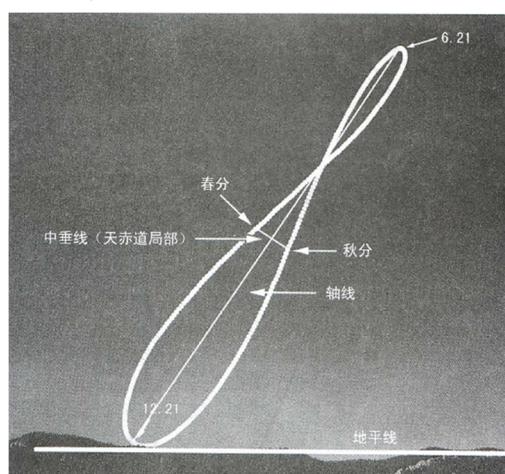
$$\Delta t = \theta / 2\pi \times T = 12.9 \text{ h}$$

其中  $T$  为行星的公转周期(1年)。

19. 设当地地理纬度为  $\phi$ ，太阳赤纬记为  $\delta$ ，拍摄时的地方平时为  $T$  时。

- (1) 8字像是由时差造成的，如果没有时差的话，按这种摄影方式拍摄太阳(也就是拍摄平太阳)，得到的应该是一条直线，即8字像的“轴线”，它经过8字像中时差为零的点并且垂直于春、秋分时太阳像的连线，据此可以画出这条轴线(注意，它并不正好经过8字中间的交点)。

从图中可以量出0时差线(即中轴线)与地平线的夹角约为60度(如果根据三角函数公式计算，结果应为  $56.3^\circ$ )。



- (2) 由于拍摄地与照片中山峰的海拔相同，因此从照片中可以看出，8字像下边缘正好与地平线相切，考虑到冬至是北半球一年中白昼最短的一天(不严格地说)，显然拍摄时间应该是在下午。

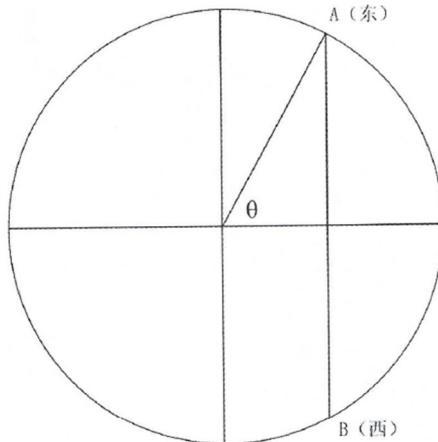
设拍摄时刻为  $T$ (地方平时)，估算时可以认为12月21日(冬至)时、在拍摄照片的时刻，太阳正好位于地平线上。上图所示为冬至日太阳的周日视运动圆，弧AB为白天的

太阳运行轨迹，则：

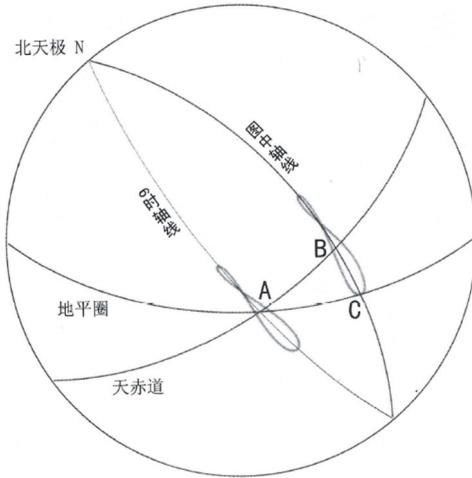
$$\cos \theta = \sin \delta \times \sin \phi = 0.4 \sin \phi$$

其中 $\delta$ 为冬至日太阳赤纬的绝对值，等于23.5度。因此有：

$$T = 12 + \frac{\theta}{15^\circ} = 12 + \frac{\arccos(0.4 \sin \phi)}{15^\circ} \quad (1)$$



(3) “轴线”垂直于天赤道，天赤道与地平线的夹角等于 $90^\circ - \phi$ ，所以当轴线、天赤道、地平线正好相交于一点(为西点或东点)时，轴线与地平线的夹角即为当地的地理纬度 $\phi$ ，只有当在地方平太阳时为上午6点或下午6点时拍摄的8字像的轴线(可记为“6时轴线”)才满足这个条件，如下图所示：



根据 $\cos A = -\cos B \times \cos C + \sin B \times \sin C \times \cos a$ ，其中 $A = 90^\circ - \phi$ ， $B = 90^\circ$ ， $C$ 为题图中8字的轴线与地平线的夹角，已量出约为60度， $a$ 为半个8字，即太阳全年赤纬变化的一半，为23.5度。可以求出 $\angle A = 37$ 度，因此

$$\phi = 90^\circ - \angle A = 53^\circ$$

将 $\phi$ 带入(1)式：

$$\cos(15 \cdot T - 180^\circ) = 0.4 \sin \phi$$

可以求出 $T = 16$ 时45分左右，换算成北京时间即为18时05分左右。

20. (1) 该望远镜理论极限分辨率为： $140/200 = 0.7$ 角秒，其底片比例尺为： $206265/2000 = 103.1325$ 角秒/mm，相机的像素线密度可设为 $x$  (像素/mm)，则有方程：

$$22.3x \cdot 14.9x = 1510$$

解得  $x = 213.1783$  像素/mm. 所以此系统每角秒对应像素为:

$$213.1783 / 103.1325 = 2.067 \text{ 像素/角秒}$$

即天空中每角秒对应传感器上2.067像素. 而该望远镜的分辨率为0.7角秒, 则对应传感器上像素为: .

$$0.7 \times 2.067 = 1.447 \text{ 像素} > 1 \text{ 像素}$$

如果望远镜的分辨率刚好对应传感器上1像素, 那是最佳组合. 而此时大于了1像素, 则望远镜的分辨率没能满足数码相机如此密集的像素, 或曰浪费了该数码相机的像素.

- (2) 该望远镜理论极限分辨率为:  $140/D$ (角秒), 其底片比例尺为:  $206265/f$ (角秒/mm), 仍设相机的像素线密度为(像素/mm), 所以此系统每角秒对应像素为:

$$\frac{x}{206265 / f} = \frac{x \cdot f}{206265} \text{ 像素/角秒}$$

上式乘以分辨率, 得: .

$$Q = \frac{140 \cdot x \cdot f}{206265 \cdot D} = \frac{x \cdot A}{1473}$$

式中  $A = f/D$  为焦比或曰光圈. 当  $Q = 1$  时, 最合适;  $Q < 1$  时, 浪费望远镜的分辨率. 此时后端探测器像素密度还有提升空间;  $Q > 1$  时, 浪费探测器像素, 此时后端探测器像素密度再提升已无意义.

# CNAO 2010决赛参考答案

## I. 选择题

A C D C A D D C A C C B C

## II. 计算和简答题

14. 根据公式  $S = \alpha + t$  ( $S$  为地方恒星时,  $\alpha$  为该天体的赤经,  $t$  为该天体的时角), 太阳上中天时, 时角  $t$  为 0, 故带入上式得当地的地方恒星时  $S = 3^{\text{h}}45^{\text{m}}$ . 而此时格林尼治恒星时为  $5^{\text{h}}47^{\text{m}}$ , 故当地与格林尼治子午线的时差为:

$$3^{\text{h}}45^{\text{m}} - 5^{\text{h}}47^{\text{m}} = -2^{\text{h}}02^{\text{m}}$$

负号表示经度比 0 度偏西, 即当地的地理经度为西经  $30^{\circ}30'$ .

根据天体上中天地方时公式:

$$h = 90^{\circ} - |\phi - \delta| = 90^{\circ} - 16^{\circ}25'$$

可以求出:

$\phi = 36^{\circ}14'$  (太阳在天顶以南上中天) 或  $\phi = 3^{\circ}24'$  (太阳在天顶以北上中天)

纬度值为正, 表明所在地区为北半球.

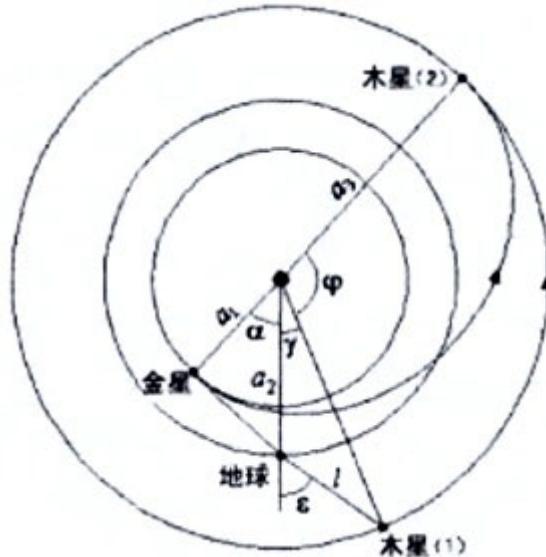
综上, 此船所在的位置为: 西经  $30^{\circ}30'$ 、北纬  $36^{\circ}14'$ ; 或者西经  $30^{\circ}30'$ 、北纬  $3^{\circ}24'$ .

15. 弗兰克说的月牙的朝向是有可能的, 在南半球都是看到这样的月牙. 但仍是出现在西方天空, 东方是错误的.

杰弗逊认为新月后的月牙出现在西方是对的, 全球都是这样, 但不是不可能有朝向相反的情况, 所以也不对.

詹姆斯说的情况发生在赤道和低纬地区, 是可能的.

17. (1) 参考下图:



设金星、地球、木星的轨道半径分别为  $a_1$ 、 $a_2$  和  $a_3$ , 这三个数值分别为  $0.723$ 、 $1$ 、 $5.2$  AU. 由于从地球上看, 金星处于东大距, 金星与地球的连线与金星的轨道相切. 此时, 金星与地球间所夹的日心角等于:

$$\alpha = \arccos(a_1 / a_2) = 43.7^{\circ}$$

木星轨道上, 探测器将要与木星相遇的那一点, 其方向与金星现在的位置正相反.

要计算木星在春分日这天的位置, 我们必须计算它的轨道周期. 其轨道半长径为:  $d = (a_1 + a_3)/2$ , 从金星到木星的飞行时间(记为  $T$ )为轨道周期的一半. 如果以年为单位, 我们可以通过开普勒第三定律计算:

$$T = \frac{1}{2} \left( \frac{a_1 + a_3}{2} \right)^{3/2} = 2.55 \text{ yr}$$

探测器发射、着陆都需要一定的时间, 因此它从发射到着陆的总时间至少为  $T = 2.55$  年, 不可能更短.

(2) 在探测器飞向木星的时间内, 木星公转移动的角度为:

$$\phi = 360^\circ \frac{\frac{1}{2} \left( \frac{a_1 + a_3}{2} \right)^{3/2}}{a_3^{3/2}} = 77.4^\circ$$

在发射探测器的瞬间, 木星与地球之间的夹角为:  $\gamma - 180^\circ - \alpha - \phi = 58.9^\circ$ , 木星与地球间的距离为:  $d = (a_2^2 + a_3^2 - 2a_2a_3 \cos \gamma)^{1/2} = 4.76 \text{ AU}$ . 此时从地球上看, 木星与太阳的夹角为:

$$180^\circ - \varepsilon = \arcsin(a_3 / d \times \sin \gamma) = 110.7^\circ$$

春分日太阳位于双鱼座西部, 木星在它西方  $110.7^\circ$  处, 即相隔宝瓶、摩羯、人马三个星座, 因此应该在天蝎座附近, 周围最亮的星只有心宿二.

(3) 通过解三角形可以求出, 当发射探测器时, 在这个金星上的观测者看来, 地球与木星之间的角距离约为  $20.2^\circ$ , 木星位于太阳以西  $90^\circ - 20.2^\circ = 69.8^\circ$ . 金星的自转方向为自东向西, 所以木星落山时位于东方, 太阳则早已下山. 此外, 金星的自转轴与黄道面几乎垂直, 因此太阳几乎总是在6点升起、18点落下, 任意一个黄道上的天体位于地平线以上的时间都大致为12个金星时. 据此可以求出太阳比木星提早下山的时间为:  $s = 69.8/15 = 4.65$  金星时, 因此当地的地方时为:  $18 + s = 22$  时40分左右.

18. (1) 设月球公转轨道的半长径为  $a$ , 偏心率为  $e$ , 月球的视半径为  $r$ , 地月距离为  $d$ , 太阳的视半径为  $R$ . 则月亮的视圆面直径为  $2r/d$  弧度. 全食或偏食持续时间最长时, 食甚时刻太阳、月亮的中心重合.

当月球在近地点, 发生日食时, 日全食持续时间最长. 此时月球的公转线速度为  $v_1$ , 从地球上观测, 它的公转角速度为:  $\omega_1 = v_1/d_1$ . 全食持续时间为:  $t_1 = 2(r_1 - R)/\omega_1$ .

当月球在远地点, 发生日食时, 日环食持续时间最长, 持续时间为:  $t_2 = 2(R - r_2)/\omega_2$ .  $r_1 = 1.1162r_2$ .

根据椭圆运动规律可知:  $v_2/v_1 = d_1/d_2 = (1 - e) / (1 + e)$ , 因此:

$$\frac{t_2}{t_1} = \frac{R - r_2}{r_1 - R} \times \left( \frac{1 + e}{1 - e} \right)^2 \quad (1)$$

上式中的  $(R - r_2) / (r_1 - R)$  可以根据表格中的数据求出. 月球视半径满足:  $r_2 < r < r_1$ , 当  $R > r$  时, 发生日环食, 当  $R < r$  时, 发生日全食, 因此日全食与日环食的发生频率之比(记为  $T/A$ )是一个与  $R$  相关的数:  $T/A \sim R$ , 我们将据此求出  $R$  的表达式.

当  $r = R$  时, 记所对应的地月距离为  $D$ . 在一个月球公转周期内, 地月距离  $d < D$  的时间(若发生中心食, 必为日全食)与地月距离  $d \geq D$  (若发生中心食, 必为日环食或全环食)的时间之比为:  $t_{d < D} / t_{d \geq D} = 134 / 171 \approx 0.7836$ . 结合所给的图片分析可知, 当  $t \in [0.22, 0.78]$  时,  $t_{d < D} / t_{d \geq D} \approx 0.786$ , 可以从图中量出,  $t/T = 0.22$  或  $0.78$  时,  $d \approx 0.993$ . 因此有:

$$R = \frac{1}{d} \times \frac{r_1 + r_2}{2} = 1.0656r_2 \quad (2)$$

将(2)代入(1)中, 可以求出:

$$\frac{t_2}{t_1} = 1.296 \times \left( \frac{1+e}{1-e} \right)^2 = 1.615$$

因此  $t_2 = 1.615 \times t_1 \approx 12.1$  分钟.

$$(2) \quad \frac{t_2'}{t_1'} = \frac{R+r_2}{R+r_1} \times \left( \frac{1+e}{1-e} \right)^2 \approx 1.18$$

19. 假设一个理想的情景, 地球在半径为  $1.5 \times 10^{11}$  m 的正圆轨道上绕太阳公转, 期间会与轨道附近一些正常运行的流星体相遇, 流星体进入大气层后就形成了流星现象.

我们首先需要估计出, 在地球轨道处(或轨道与地球轨道相交)绕日运行的流星体的速度范围. 首先求出地球的公转速度(相对于太阳):

$$V_{\text{地}} = \frac{2\pi r}{T} = 30 \text{ km/s}$$

根据与地球上的第一、第二宇宙速度类比, 可以知道, 在地球轨道处(与太阳相隔1天文单位), 如果流星体或其他天体的速度超过了  $\sqrt{2}v_{\text{地}}$ , 它就会摆脱太阳的引力而逃逸到太阳系外. 因此一个能绕太阳运行的自由流星体的速度(相对于太阳), 只可能小于  $\sqrt{2}v_{\text{地}} = 42$  km/s.

根据以上分析, 可以求出流星体在未被地球俘获前相对于地球的速度范围为: 0~72 km/s, 也就是说如果流星体在与地球相遇时以最大速度42 km/s做绕日运动, 并且运行方向与地球公转方向相反, 那么它与地球相遇时相对于地球的最大速度就是72 km/s, 如果它的运行方向与地球公转方向相同, 那么, 它与地球相遇时, 相对于地球的最小速度就是0 km/s. 这个速度即为流星体在被地球俘获前的初速度(相对于地球).

设流星体到大气顶层的距离为  $r$ , 地球半径为  $R$  (可以视为地心到大气顶层的距离, 因为大气层厚度与地球半径相比可以忽略), 流星体的初速度为  $v_0$  (相对于地球, 下同), 落到大气顶层时的速度为  $v_1$ . 当估算流星体的落地速度时, 可以忽略太阳引力的影响. 根据能量守恒定律有:

$$\frac{mv_0^2}{2} - \frac{GMm}{R+r} = \frac{mv_1^2}{2} - \frac{GMm}{R}$$

上式中的  $GMm/R = mv^2/2$ ,  $v_2$  为地球上物体的逃逸速度, 即 11.2 km/s, 将此式代入上式, 有:

$$\begin{aligned} \frac{mv_1^2}{2} &= \frac{mv_0^2}{2} + \frac{GMm}{R} - \frac{GMm}{R+r} \\ &= \frac{mv_0^2}{2} + \frac{mv_2^2}{2} - \frac{GMm}{R+r} \end{aligned}$$

上式中  $v_0$  越大、  $R+r$  越大, 则  $v_1$  越大.

流星体离地心的距离( $R+r$ )最大可取为无穷大, 这种情况下, 当它靠近地球时, 地球引力对它做功最多(即  $-GMm/(R+r) = 0$ ), 它的速度增加最多, 因此  $v_1$  的最大值为:

$$\frac{mv_{1(\max)}^2}{2} = \frac{mv_0^2}{2} + \frac{mv_2^2}{2} \Rightarrow v_{1(\max)} = 72.9 \text{ km/s}$$

下面估计流星体速度的最小值. 一个以初速度  $v_0$  自由运行的流星体, 要被地球俘获, 它落进大气层时的速度(可视为忽略大气摩擦后的落地速度)至少为地球上的第二宇宙速度. 原因在于, 如果它的落地速度小于第二宇宙速度, 那么它就不可能脱离地球引力束缚, 从而不是自由运行的流星体. 因此  $v_1$  的最小值为:  $v_{1(\min)} = v_2 = 11.2$  km/s.

综上所述, 流星体落进大气层时的速度范围是 11.2~72.9 km/s.

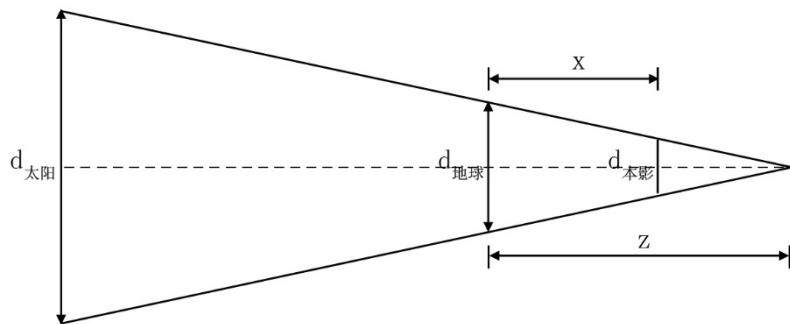
# CNAO 2011决赛参考答案

## I. 选择题

答案: A A A D A C A A B D A A C

## II. 简答题

14.



如图所示, 我们先来计算地球本影的直径  $d_{\text{本影}}$ . 根据相似三角形原理:

$$z/(z + 1.5 \times 10^8) = d_{\text{地球}}/d_{\text{太阳}}, \quad d_{\text{本影}}/d_{\text{地球}} = (z - x)/z$$

代入已知数据可以求出:

$$z = 1.3725 \times 10^6 \text{ km}, \quad d_{\text{本影}} = 12746 - 9.2867 \times 10^{-3} x \quad (1)$$

从题干所给出的图可知, 当食甚时月心与地球本影中心重合时, 月食食分最大. 此时从地球上看到, 地影的角直径为:  $d_{\text{本影}}/x \text{ rad}$ , 月球的角直径为:  $d_{\text{月球}}/x \text{ rad}$ , 因此食分为:

$$R/d_{\text{月球}} = (d_{\text{本影}}/2 + d_{\text{月球}}/2)/d_{\text{月球}} \quad (2)$$

地月距离( $x$ )越小, 食分越大, 取  $x = 360000 \text{ km}$ , 代入月球直径数据, 即可根据(1)、(2)式求出月食的最大食分为: 1.8525.

15. (1) B的赤经为 $05^{\text{h}}$ , 可知它上中天时的地方恒星时为  $S = 05^{\text{h}}$ , 此时的地方平时为  $0^{\text{h}}$ . 我们知道秋分日(9月23日左右)地方平时  $0^{\text{h}}$  的地方恒星时也为  $0^{\text{h}}$ , 此后恒星时每天比平时快4分钟左右, 于是可知经过2月15天, 地方平时为  $0^{\text{h}}$  时的恒星时为  $05^{\text{h}}$ , 即所求日期为12月7日左右.

(2) (仅低年组) A的赤纬与夏至日的太阳( $\alpha_{\odot} = 90^{\circ}$ )相当, B的赤纬与冬至日的太阳( $\alpha_{\odot} = 270^{\circ}$ )相当, 它们每天从落下到升起所经历的时间可以从图中读出, A约为9.2小时, B约为14.8小时. 假设某日的夜长为  $T_{\odot}$  小时, 太阳的赤纬为  $\alpha_{\odot}$ , 则当太阳下山后半小时, 它的时角为:

$$t_{\odot} = (24 - T_{\odot})/2 + 0.5 = 12.5^{\text{h}} - T_{\odot}/2$$

要想当晚能观测这两个天体, 有两种可能性:

(i) 此时, B已经升起而A尚未落下. 根据  $\alpha_{\odot} + t_{\odot} = \alpha_A + t_A = \alpha_B + t_B$  可知:

$$t_A = \alpha_{\odot} + t_{\odot} - \alpha_A < (24 - 9.2)/2 = 7.4^{\text{h}}$$

$$t_B = \alpha_{\odot} + t_{\odot} - \alpha_B > -(24 - 14.8)/2 = -4.6^{\text{h}}$$

代入数据并对上式进行整理可得:

$$-0.1^{\text{h}}(\text{亦即} 24^{\text{h}} - 0.1^{\text{h}} = 23.9^{\text{h}}) < \alpha_{\odot} + 12.5^{\text{h}} - T_{\odot}/2 < 25.9^{\text{h}}$$

从图上找出满足上式的 $\alpha_{\odot}$ 的范围大致为:

$$18.8^h < \alpha_{\odot} < 20.5^h$$

所对应的日期大致为: 2月1( $\pm 5$ )日~2月27( $\pm 5$ )日.

(ii) 此时, A已经升起而B尚未落下, 即

$$t_A = \alpha_{\odot} + t_{\odot} - \alpha_A > -(24 - 9.2)/2 = -7.4^h$$

$$t_B = \alpha_{\odot} + t_{\odot} - \alpha_B < (24 - 14.8)/2 = 4.6^h$$

也就是:  $10.6^h < \alpha_{\odot} + t_{\odot} < 9.6^h$ , 这种情况不可能发生.

(3) (仅高年组) A的赤纬与夏至日的太阳( $\alpha_{\odot} = 90^{\circ}$ )相当, B的赤纬与冬至日的太阳( $\alpha_{\odot} = 270^{\circ}$ )相当, 它们每天从落下到升起所经历的时间可以从图中读出, A约为9.2小时, B约为14.8小时. 假设某日的夜长为 $T_{\odot}$ 小时, 太阳的赤纬为 $\alpha_{\odot}$ , 则当太阳下山后半小时, 它的时角为:

$$t_{\odot 1} = (24 - T_{\odot})/2 + 0.5 = 12.5^h - T_{\odot}/2$$

太阳升起前半小时, 它的时角为:

$$t_{\odot 2} = -(24 - T_{\odot})/2 - 0.5 = -12.5^h + T_{\odot}/2$$

为了计算方便, 我们把时角重新定义为从子午圈自东向西起量, 取值为 $0^h \sim 24^h$ , 以免出现负值. 则日落后半小时到日出前半小时太阳的时角范围为:

$$12.5^h - T_{\odot}/2 \leq t_{\odot} \leq 11.5^h + T_{\odot}/2 \quad (1)$$

要想当晚能观测这两个天体, 有两种可能性:

(i) 在 $12.5^h - T_{\odot}/2 \leq t_{\odot} \leq 11.5^h + T_{\odot}/2$ 的这段时间里, B已经升起而A尚未落下. 根据 $\alpha_{\odot} + t_{\odot} = \alpha_1 + t_1 = \alpha_2 + t_2$ 可知:

$$t_A = \alpha_{\odot} + t_{\odot} - \alpha_A < (24 - 9.2)/2 = 7.4^h$$

$$t_B = \alpha_{\odot} + t_{\odot} - \alpha_B > -(24 - 14.8)/2 = -4.6^h$$

代入数据并对上式进行整理可得:

$$-0.1^h (\text{亦即} 24^h - 0.1^h = 23.9^h) < \alpha_{\odot} + t_{\odot} < 25.9^h \quad (2)$$

又根据(1)式可知 $\alpha_{\odot} + t_{\odot}$ 的取值范围为:

$$\alpha_{\odot} + 12.5^h - T_{\odot}/2 \leq \alpha_{\odot} + t_{\odot} \leq \alpha_{\odot} + 11.5^h + T_{\odot}/2$$

所以, 当 $\alpha_{\odot} + t_{\odot}$ 的最大值(即 $\alpha_{\odot} + 11.5^h + T_{\odot}/2$ )小于 $23.9^h$ 或者 $\alpha_{\odot} + t_{\odot}$ 的最小值(即 $\alpha_{\odot} + 12.5^h - T_{\odot}/2$ )大于 $25.9^h$ 时, 肯定不可能同时观测到二者, 而其他时候则可以.

我们可以从图上大致读出:

$$\alpha_{\odot} + 11.5^h + T_{\odot}/2 \leq 23.9^h \text{ 时, } \alpha_{\odot} \leq 7.7^h; \alpha_{\odot} + 12.5^h - T_{\odot}/2 \geq 25.9^h \text{ 时, } \alpha_{\odot} \geq 20.5$$

所以, 能同时看到二者时, 太阳赤经应满足:

$$7.7^h < \alpha_{\odot} < 20.5^h$$

所对应的日期大致为: 7月18( $\pm 5$ )日~2月27( $\pm 5$ )日. 注意不是2月27( $\pm 5$ )日~7月18( $\pm 5$ )日!

(ii) A已经升起而B尚未落下.

$$t_A = \alpha_{\odot} + t_{\odot} - \alpha_A \geq -(24 - 9.2)/2 = -7.4^h$$

$$t_B = \alpha_{\odot} + t_{\odot} - \alpha_B \leq (24 - 14.8)/2 = 4.6^h$$

即:  $10.6^h \leq \alpha_{\odot} + t_{\odot} \leq 9.6^h$ , 这种情况不可能发生.

注: 由于考试时试题的题干上写的是“估计在一年的哪段时间可以在晚上观测到A和B同时位于地平线上”, 易引起歧义, 本题的(2)和(3)问没有计入最终成绩.

17. (1) 设在距离太阳1 AU处, 太阳的辐射流量为 $F_0$ (J/s/m<sup>2</sup>), 则直径为D米的小行星在此处接收到的太阳辐射流量为:

$$F_2 = F_0 \times \pi D^2/4 \text{ (J/s)}$$

它反射的辐射流量为:

$$F_1 = p \times F_2 = p \times F_0 \times \pi D^2/4 \text{ (J/s)}$$

太阳在1 AU处的视星等为:

$$V_S = -2.5 \lg F_0 = -26.7 \text{ 等},$$

而距离太阳1 AU的小行星在1 AU处的视星等(即绝对星等)为:

$$H = -2.5 \lg [F_1 / (\pi \times 1 \text{ AU}^2)]$$

注意, 由于小行星只有一半反射阳光, 上式中不应是 $F_1/(4\pi \times 1 \text{ AU}^2)$ , 只是具体计算需要用到积分, 通常中学生容易想到的是 $F_1/(2\pi \times 1 \text{ AU}^2)$ , 也可算作正确答案.

二者相比较, 有:

$$H - V_S = -2.5 \lg [(F_1 / (\pi \times 1 \text{ AU}^2)) / F_0]$$

代入数据可知:

$$D = 2 \times 10^{-0.2(H+26.7)}/p^{0.5} \text{ AU} = 1329 \times 10^{-0.2H}/p^{0.5} \text{ km}$$

(2) 将 $H = 20.52$ ,  $p = 0.16 \sim 0.21$ 代入上式, 可以求出:  $D = 227 \sim 261 \text{ m}$ . 其质量至少为:  $M = 4/3\pi \times (22700/2)^3 \times 2.7 \text{ g} = 1.65 \times 10^{10} \text{ kg}$ . 它撞上地球时的速度至少为地球上的逃逸速度, 即 $v = 11.2 \text{ km/s}$ . 因此它撞地球时释放的能量至少为:

$$E = 1/2 M v^2 = 1.65 \times 10^{10}/2 \times 1.25 \times 10^8 \text{ J} = 1.03 \times 10^{18} \text{ J} \approx 10 \text{ 次九级地震}$$

18. (1) “开普勒”找到的类地行星的数目记为 $N_T$ . 我们把它和已被“开普勒”发现的满足 $2R_{\text{地球}} \leq r \leq 4R_{\text{地球}}$ 并且 $0.2 \text{ AU} \leq s \leq 0.5 \text{ AU}$ 的 $N_K$ 颗行星进行比较:

$$\begin{aligned} N_T/N_K &= P(0.8R_{\text{地球}} \leq r \leq 2R_{\text{地球}})/P(2R_{\text{地球}} \leq r \leq 4R_{\text{地球}}) \\ &\times P(0.95 \text{ AU} \leq s \leq 1.37 \text{ AU})/P(0.2 \text{ AU} \leq s \leq 0.5 \text{ AU}) \\ &= [(2/0.5)^{-1.45} - (0.8/0.5)^{-1.45}]/[(4/0.5)^{-1.45} - (2/0.5)^{-1.45}] \\ &\times [(1.37/0.2)^{-2.16} - (0.95/0.2)^{-2.16}]/[(0.5/0.2)^{-2.16} - (0.2/0.2)^{-2.16}] \\ &= 0.0954 \end{aligned}$$

代入 $N_K = 94$ 颗, 可以求出:  $N_T = 94 \times 0.0954 = 8.97 = 9$ 颗.

(2) 能观察到凌星现象的行星轨道面倾角 $i$ 应该满足:

$$-\arctan(R_*/a) < I < \arctan(R_*/a)$$

其中 $a$ 为行星的轨道半长径,  $R_*$ 为恒星半径, 对本题涉及到的类地恒星而言, 可以取为 $R_\odot (R_\odot = 0.00465 \text{ AU})$ . 即对轨道半长径为 $a$ 的行星而言, 能通过凌星法发现的行星所占的比例为:

$$A = 2 \times \arctan(R_\odot/a)/(\pi) \approx 2R_\odot/(a\pi), \quad R_\odot/a \ll 1$$

对类太阳恒星周围的类地行星, 其约化半长径可以取为 $s = a = 1 \text{ AU}$ (或者为1.16 AU), 因此有:

$$A = 2R_\odot/(a\pi) = 0.00296 \text{ (或者 } 0.00255 \text{)}$$

因此这153196颗类太阳恒星周围应该存在的类地行星数目为:

$$N_1 = 9/A = 3040 \text{ 颗(或 } 3530 \text{ 颗).}$$

- (3) 在银河系中, 像太阳这样的恒星周围存在着和地球一样宜居的行星的概率大概为:  
 $N_1/153196 \approx 2\% \sim 2.3\%$ . 即每1000颗类太阳恒星周围就有2颗左右和地球类似的行星, 而实际上, 更科学地分析“开普勒”数据后, 天文学家给出的结论是 $1.4\% \sim 2.7\%$ . 这一概率大大高于此前人们的估计值, 因此地外文明存在的可能性也会大大提高.

# CNAO 2012决赛参考答案

## I. 选择题

B B B A A C A A B A C B

## II. 简答题

### 13. (低年组)星座(答案略)

### 14. (低年组)星野照片

(1) C/2011 W3 或 Lovejoy

(2) 今年的大年初一是1月23日, 可以推知12月22日为腊月二十八, 因此当天的月相为下弦月(娥眉状). 它位于太阳以西, 黎明前从东方升起, 照片应拍摄于黎明前. 由于观测地是在南半球, 下弦月的亮面应该朝向右下方, 大致如下图所示.



(3) 根据望远镜分辨率公式:  $\theta = 1.22\lambda/D$ , 可以求出VLT在光学波段的理论分辨率:

$$\theta = 1.22\lambda/D = 1.22 \times 550 \times 10^{-9}/8.2 \text{弧度} = 0.017 \text{角秒}$$

(4) 望远镜的分辨本领与口径成正比, E-ELT的分辨本领为VLT的  $42/8.2 = 5.12$  倍, 分辨率可达  $0.017/5.12 = 0.0033$  角秒.

(5) 这是自适应光学技术上使用的人造引导星, 目的是改正大气湍流造成的星像模糊. 因此尽管台址的视宁度为  $0.5''$ , 但使用了自适应光学技术改正大气扰动后, 星像分辨率几乎能达到望远镜的理论分辨率极限  $0.017''$ . 这一技术使得大口径望远镜真正有了用武之地, 不至于因为台址的大气视宁度限制而浪费分辨率.

### 15. (低年组和高年组)星等

先通过口径算出此望远镜的目视极限星等(应该是16等), 比冥王星暗2等, 得到视亮度为冥王星的  $1/6.31$ , 即表面积是冥王星的  $(1/6.31)^{0.5} = 39.8\%$ .

### 16. (低年组和高年组)乌鲁木齐的星空

(1) 在乌鲁木齐, 天体永不上升的条件为  $\delta < \varphi - 90^\circ = -46.2^\circ$ , 当前, 天狼星赤纬  $\delta_1 = -16^\circ 43'$   $> -46.2^\circ$ , 因此会升起; 老人星赤纬  $\delta_2 = -52^\circ 42' < -46.2^\circ$ , 因此不会升起.

(2) 天狼星上中天时, 它的时角  $t = 0$ , 由地方恒星时  $S = \alpha + t$ , 可得  $S = \alpha = 6^\text{h}45^\text{m}$  时天狼星上中天. 春分日(3月20日)地方时与恒星时相差  $12^\text{h}$ , 每天缩小  $3^\text{m}56^\text{s}$ , 4月29日距离春分日40天, 二者之差缩小  $2^\text{h}37^\text{m}$ , 因此地方时  $T = S + (12^\text{h} - 2^\text{h}37^\text{m}) = 16^\text{h}08^\text{m}$ .

乌鲁木齐(经度  $87.6^\circ\text{E}$ )地方时为  $16^\text{h}08^\text{m}$  时刻, 北京时间( $120^\circ\text{E}$  标准时)为:

$$T' = 16^\text{h}08^\text{m} + (120 - 87.6) \times 4 = 18^\text{h}18^\text{m}$$

天狼星上中天时的地平高度为:

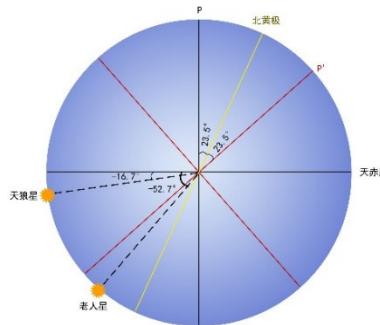
$$h = 90^\circ - \varphi + \delta = 29.5^\circ$$

方位角从北点起算, 上中天时为180°.

- (3) 如图所示, 由于岁差的影响, 北天极的指向从  $P$  变为了  $P'$ , 由于天狼星与老人星的赤经都接近  $6^h$ , 因此在图示的情况下, 它们的赤纬的变化几乎达到最大.

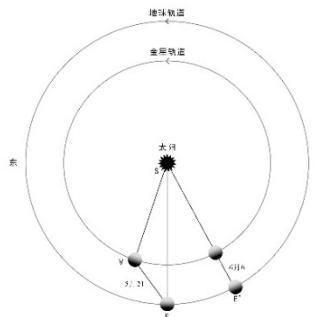
可以估算出天狼星的赤纬最大可能变为:  $\delta_1' = -16^\circ 43' - 47^\circ \approx -63.7^\circ$ , 老人星的赤纬最大可能变为:  $\delta_2' = -52^\circ 42' - 47^\circ \approx -99.7^\circ$ , 即  $-80.3^\circ$ . 在乌鲁木齐, 天体永不上升的条件为  $\delta < \varphi - 90^\circ = -46.2^\circ$ , 大于  $-63.7^\circ$ , 因此天狼星可能变为永不上升的天体, 同理, 老人星仍为永不上升天体, 不可能升到地平以上.

由于这两颗星的赤经都比  $6^h$  大一些, 当  $P$  变为  $P'$  后, 赤纬的实际值要比  $-63.7^\circ$  和  $-80.3^\circ$  大一点, 但是由于估算出的  $\delta_1'$  和  $\delta_2'$  大大小于  $-46.2^\circ$ , 可以推测精确计算出的  $\delta_1'$  和  $\delta_2'$  依然小于  $-46.2^\circ$ , 不会改变以上结论.



## 17. (高年组)金星

- (1) 5月21日金星位于太阳的东边. 因为此时是金星下合的前几天.



- (2) 如图所示, 从5月21日到6月6日, 相隔16天, 在此期间地球和金星公转的角度分别为:

$$\angle ESE' = 360^\circ \times 16/365.2422 \approx 16^\circ, \angle VSE' = 360^\circ \times 16/224.7 \approx 26^\circ$$

因此, 三角形VSE中,  $\angle VSE = \angle VSE' - \angle ESE' = 10^\circ$ . 已知  $SE = 1$ ,  $VS = 0.723$ , 容易求出:

$$VE = (VS^2 + ES^2 - 2VS \cdot ES \cdot \cos \angle VSE)^{0.5} = 0.314$$

根据正弦定理可求得:  $\angle VES = 23.5^\circ$ , 这就是当日金星与太阳的夹角.

- (3) 月亮角直径最小为  $30'$  左右, 太阳角直径一般为  $32'$  左右, 有大约  $88\%$  被遮挡, 这大致上就是环食太阳和普通太阳的亮度比. 已知太阳的视星等为  $-26.8$  等, 可以估算出日环食时, 太阳的视星等大致为:

$$m_1 = m_0 - 2.5 \lg(F_1/F_0) = -26.8 - 2.5 \lg(1 - 0.88) \approx -24.5 \text{ 等}$$

而金星的亮度为  $-4$  等左右, 相差  $20$  等, 即亮度只有太阳的亿分之一, 金星会淹没在阳光中, 无法拍到.

- (4) 根据底片比例尺公式  $A = 206265/f$  角秒/mm, 容易求出镜头焦距分别为  $20$  和  $150$  毫米时, CMOS 上记录的照片所对应的天空视场分别为:

20 mm: 视场长:  $A_1 = 206265/20/3600 \times 17.3 = 50^\circ$ , 宽:  $B_1 = 206265/20/3600 \times 13 = 37.5^\circ$ ;

150 mm: 视场长:  $A_2 = 206265/150/3600 \times 17.3 = 6.6^\circ$ , 宽:  $B_2 = 206265/150/3600 \times 13 = 5^\circ$ ;

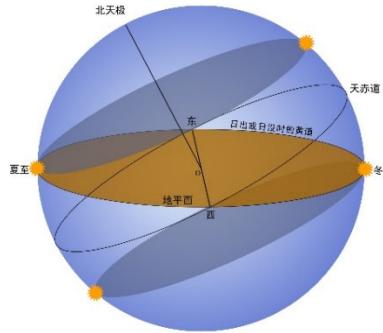
当时金星与太阳相距 $23.5^\circ$ , 要想同时拍下二者并考虑到构图, 焦距选为40 mm之内比较合适.

## 18. (高年组)北极圈日出

(1) 太阳总在黄道面上运行, 日出日落时, 它位于黄道面与地平面的交点上. 在北极圈上, 地平面与天赤道的夹角恰好等于黄道面与天赤道的交角(即黄赤交角 $\varepsilon$ ), 因此地平面在某一时刻必定会和黄道面重合, 而此时正好满足日出日落的条件, 所以, 此刻不是日出就是日落. 地平与黄道重合时, 春分点正好位于正东点, 它的时角为 $t_0 = -6^\text{h}$ , 它的赤经永远为 $0^\text{h}$ , 因此此刻的地方恒星时为:

$$S_0 = t_0 + \alpha_0 = -6^\text{h} + 0^\text{h} = -6^\text{h}, \text{ 亦即 } 24^\text{h} - 6^\text{h} = 18^\text{h}$$

也就是说在北极圈上, 无论是在哪一天, 日出或日没时的地方恒星时都为 $18^\text{h}$ .



(2) 在北极圈上, 地平面与黄道面重合的时刻, 发生的是日出还是日落, 可以根据太阳的时角来判断:  $S_0 = \alpha_\odot + t_\odot = 18^\text{h}$ , 因此:

$$t_\odot = 18^\text{h} - \alpha_\odot \quad (1)$$

当 $0^\text{h} < t_\odot < 12^\text{h}$ 时(太阳位于西半球), 为日落;  $-12^\text{h} < t_\odot < 0^\text{h}$ 时(太阳位于东半球), 为日出.

根据(1)式求出太阳的赤经为:

$$\alpha_\odot = 18^\text{h} - t_\odot \quad (2)$$

将 $0^\text{h} < t_\odot < 12^\text{h}$ 和 $-12^\text{h} < t_\odot < 0^\text{h}$ 代入(2)式, 可以求出当 $S_0 = 18^\text{h}$ 时:

$0^\text{h} < t_\odot < 12^\text{h}$ 时, 发生的是日落:  $6^\text{h} < \alpha_\odot < 18^\text{h}$ , 换算成时间, 就是从夏至到冬至(6月23日到12月21日)

$-12^\text{h} < t_\odot < 0^\text{h}$ 时, 发生的是日出:  $18^\text{h} < \alpha_\odot < 30^\text{h}$ , 即 $18^\text{h} < \alpha_\odot < 24^\text{h}$ 与 $0^\text{h} < \alpha_\odot < 6^\text{h}$ , 换算成时间就是从冬至到夏至(12月21日到6月23日)

(3) 由(2)可知, 夏至日是一个临界点, 从这天以后, 日出时不变的恒星时, 变为了日没时不变的恒星时. 这一天太阳的出没点与它的下中天点重合(恰好完成一天的极昼).

CNAO 2013决赛参考答案

## I. 选择题

A A B C C A B B B B D D C

## II. 简答题

#### 14. (低年组) 傣历新年

由题意已知泼水节是傣历新年的第一天,因此只需要计算出今年傣历新年是哪天即可.

先计算2013年3月22日到傣历新年起点638年3月22日有多少天.  $2013 - 638 = 1375$ 年, 其中多数年份是365天, 闰年366天. 因此要计算这期间有多少个闰年. 这1375年中有343个年可以被4整除, 但逢正百的年份只有被400整除才是闰年, 所以这期间有10个整百年份不是闰年, 因此有333个闰年.

从638年3月22日到2013年3月22日共有 $1375 \times 365 + 333 = 502208$ 天。

已知傣历年长度为365.25875天,  $502208/365.25875 = 1374.93763$ 天. 也就是1375个傣历年还差22.7天, 2013年3月22日之后22.7天为2013年4月13日这一天就是泼水节的第一天.

### 15. (低年组) 行星

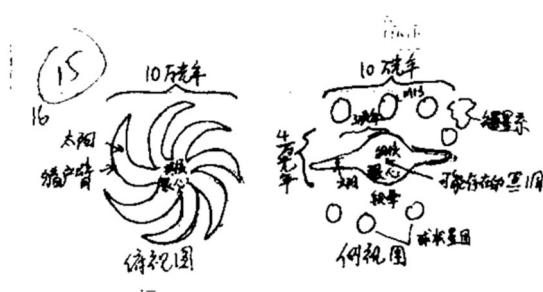
设合时地球到行星的距离为  $r_1$ , 冲时为  $r_2$ , 则  $0.85 = m_1 = m_2 = -2.5 \lg \frac{1/r_1^2}{1/r_2^2}$ , 可得

$R = \frac{r_1 / r_2 + 1}{r_1 / r_2 - 1} = 5.1745$  AU, 即为木星. 木星从合到冲的过程是一个追及问题, 设地球轨

道周期为  $T_E$ , 木星轨道周期  $T$ . 根据开普勒第三定律  $\frac{r^3}{T^2} = \frac{r_E^3}{T_E^2}$ , 代入  $T_E = 1$  a,  $r_E = 1$  au,  $r = 5.1745$  au 可得,  $T = 11.77$  a. 由会合周期  $\frac{1}{P} = \frac{1}{T_E} - \frac{1}{T}$ , 得  $P = 399.2$  天. 依题意, 由合到冲经历时间为半个会合周期, 即 199.6 天.

### 16. (低年组和高年组)银河系

银河系截至太阳所在位置处所包含的总质量约为 $10^{11} M_{\odot}$ 。(右图为参赛同学中的满分答案)



### 17. (低年组和高年组)老人星

- (1) 在昆明(北纬 $24^{\circ}57'$ ) 地区可以升起的恒星赤纬 $\delta > -90^{\circ} + 24^{\circ}57' = -65^{\circ}3'$ , 老人星的赤纬 $\delta$ 为 $-52^{\circ}43'$ , 因此可以升起.

(2) 老人星上中天时恒星时与赤经相等( $S = \alpha + t$ ,  $t = 0$ 所以 $S = \alpha$ ). 已知老人星的赤经为 $6^{\text{h}}24^{\text{m}}$ , 因此上中天时的恒星时为 $6^{\text{h}}24^{\text{m}}$ . 春分时刻的恒星时为地方平时 $-12^{\text{h}}$ . 考试时间为4月29日至4月30日, 与今年春分日3月20日相差40.5天. 因此平时与恒星时相差 $12 - 24 \times 40.5/365.2422 = 9^{\text{h}}20^{\text{m}}$ . 因此老人星上中天为地方平时 $6^{\text{h}}24^{\text{m}} + 9^{\text{h}}20^{\text{m}} = 15^{\text{h}}44^{\text{m}}$ . 昆明与北京时间(东经 $120^{\circ}$ 标准时)时差为 $17.5^{\circ} \times 4^{\text{m}} = 1^{\text{h}}10^{\text{m}}$ . 因此老人星上在接下来24小时内中天

的时间为北京时间4月29日16<sup>h</sup>54<sup>m</sup>.

- (3) 由第1问我们得知老人星在昆明上中天时的地平高度也只有12°, 可观测时间很短. 当天昆明日落时间大约为19时30分, 也就是老人星上中天过后2.5小时才日落. 这时老人星的地平高度将降到5°以下, 因此无法观测.

### 18. (高年组)超新星遗迹

- (1) 角直径每年膨胀大约0.2", 则角半径每年膨胀大约0.1". 而这个膨胀速度相对于星云中心星的视向速度为1200 km/s, 设一年的秒数为 $A$ , 即每年膨胀的千米数为 $1200A$  (km), 则此星云到我们的距离 $r = 1200A / \sin 0.1''$  (km). 一光年为 $3 \times 10^5 A$  (km), 所以此星云到我们的距离换成光年单位为 $1200A / (\sin 0.1'' \times 3 \times 10^5 A) = 8250.6$ 光年.
- (2)  $4'/0.2'' = 2400/2 = 1200$ 年.
- (3) 根据距离模数公式 $m - M = 5\lg r - 5$ ,  $m$ 为视星等,  $M$ 为绝对星等,  $r$ 为天体到地球的距离, 可以轻易求出 $m$ .

### 19. (高年组)双星

- (1) 由动量守恒定律 $m_1 r_1 = m_2 r_2$ , 且 $r = r_1 + r_2$ , 可得 $r_1 = \frac{m_2}{m_1 + m_2} r$ ,  $r_2 = \frac{m_1}{m_1 + m_2} r$ . 根据万有引力定律, 对于主星有

$$G \frac{m_1 m_2}{r^2} = m_1 \left( \frac{2\pi}{T} \right)^2 r_1,$$

$$\text{代入化简可得 } T = \sqrt{\frac{4\pi^2 r^2 r_1}{G m_2}} = 2\pi r \sqrt{\frac{r}{G(m_1 + m_2)}}. \quad (1)$$

- (2) 对于整个系统, 质量守恒, 总角动量守恒. 总质量 $M = m_1 + m_2$ 是常数; 总角动量:

$$L = I\omega = (m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2) \frac{2\pi}{T} = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} r^2 \cdot \frac{2\pi}{T}$$

是常数, 所以 $m_1 m_2 r^2 T^{-1}$ 是常数.

当一小部分质量发生转移时,  $m_1 \rightarrow m_1 + \Delta m$ ,  $m_2 \rightarrow m_2 - \Delta m$ ,  $r \rightarrow r + \Delta r$ ,  $T \rightarrow T + \Delta T$ ,  $m_1 m_2 r^2 T^{-1}$ 可表示为 $(m_1 + \Delta m)(m_2 - \Delta m)(r + \Delta r)^2(T + \Delta T)^{-1}$ , 所以 $(m_1 + \Delta m)(m_2 - \Delta m)(r + \Delta r)^2(T + \Delta T)^{-1} = m_1 m_2 r^2 T^{-1}$ ,

$$\left(1 + \frac{\Delta m}{m_1}\right) \left(1 - \frac{\Delta m}{m_2}\right) \left(1 + \frac{\Delta r}{r}\right)^2 \left(1 + \frac{\Delta T}{T}\right)^{-1} = 1.$$

展开化简并忽略二阶小量可得:

$$\begin{aligned} & \left(1 + \frac{\Delta m}{m_1} - \frac{\Delta m}{m_2}\right) \left(1 + 2\frac{\Delta r}{r}\right) \left(1 - \frac{\Delta T}{T}\right) = 1, \\ & \left(1 + \frac{m_2 - m_1}{m_1 m_2} \Delta m\right) \left(1 + 2\frac{\Delta r}{r} - \frac{\Delta T}{T}\right) = 1, \\ & 1 + \frac{m_2 - m_1}{m_1 m_2} \Delta m + 2\frac{\Delta r}{r} - \frac{\Delta T}{T} = 1, \\ & \frac{m_2 - m_1}{m_1 m_2} \Delta m = \frac{\Delta T}{T} - 2\frac{\Delta r}{r}. \quad (2) \end{aligned}$$

由(1)式得 $Tr^{-\frac{3}{2}}$ 是常数.

所以  $(T + \Delta T)(r + \Delta r)^{-\frac{3}{2}} = Tr^{-\frac{3}{2}}$ , 即  $\left(1 + \frac{\Delta T}{T}\right)\left(1 + \frac{\Delta r}{r}\right)^{-\frac{3}{2}} = 1$ ,

$\left(1 + \frac{\Delta T}{T}\right)\left(1 - \frac{3}{2}\frac{\Delta r}{r}\right) = 1$ , 则  $\frac{\Delta r}{r} = \frac{2}{3}\frac{\Delta T}{T}$ . 所以  $\Delta r < 0$ , 二者靠近.

由(2)式得:  $\frac{m_2 - m_1}{m_1 m_2} \Delta m = \frac{\Delta T}{T} - 2\frac{\Delta r}{r} = \frac{\Delta T}{T} - \frac{4}{3}\frac{\Delta T}{T} = -\frac{1}{3}\frac{\Delta T}{T}$ , 所以  $\Delta m < 0$ , 物

质由  $m_1$  到  $m_2$ .

# CNAO 2014决赛参考答案

## I. 选择题

C D D C A B D C B D A B A

## II. 简答题

14.  $h = 90^\circ - 40^\circ 12' + 23^\circ 26' + 5^\circ 09' = 78^\circ 23'$

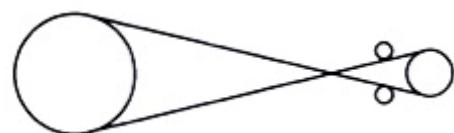
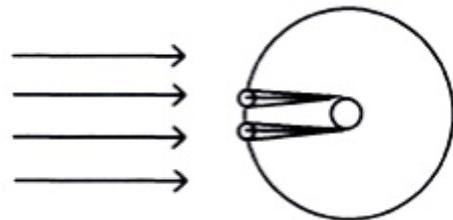
15. 以地球-太阳连线为参考系, 则月球绕地球的角速度是 $2\pi/29.5$ 天, 即周期是朔望月周期. 如果取空间惯性参考系和月球公转周期27.5天计算, 则要繁琐很多.

月球本影的延长线经过地心时(由于黄赤交角和黄白交角, 本影不可能沿赤道划过), 所用时间是最长的. 此时月球在地-日参考系的轨道上运行了一个地球直径. 即月球转过了 $(6370 \text{ km} \times 2/384400 \text{ km}) = 0.033 \text{ rad}$ , 所用时间 $0.033/(2\pi/29.5 \text{ 天}) = 3.7$ 小时.

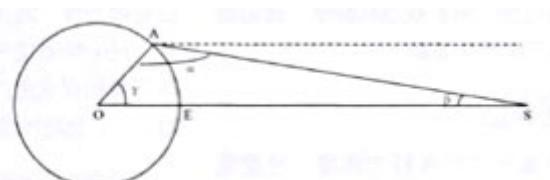
注: 用下图计算也是正确的(仍选择日-地参考系), 但是计算明显比上图繁琐很多. 原因在于上图利用了“地球处于月球本影的锥尖处”这个经验. 下图中由于地球半径比太阳小100倍, 图中部的锐角近似为太阳视直径, 所以得到的结论和上图是一样的.

可以忽略的因素:

- (1) 月球轨道是椭圆(简化计算最重要的因素);
- (2) 本影在地表的投影大小(全食带通常很窄);
- (3) 月球轨道倾角( $\cos 5^\circ$ 与1相差0.4%);
- (4) (用第一种方法的话)太阳距离很远, 所以可以认为本影锥在地-日参考系中不旋转(并非说太阳光是平行光! 本影的锥状结构正是太阳视直径造成的).



16. 如图, 左边的圆为地球, O点为地心, E点为赤道上的一点, S为同步卫星的位置.  $\angle\beta$ 即为照片中同步卫星轨迹相对天赤道偏离的角度, 亦即同步卫星轨迹的赤纬.

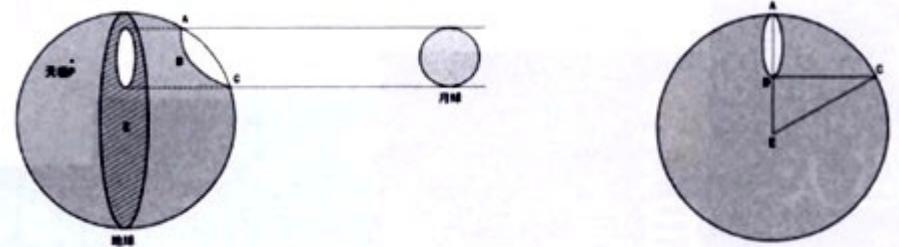


利用恒星A和B的赤纬, 插值计算出同步卫星轨迹的赤纬. 用尺子在照片上测量可得, 恒星A到轨迹的距离约为0.45 cm, 恒星B到轨迹的距离约为2.10 cm, 比例约为1:4.6. 而恒星A和恒星B的赤纬差为 $34'17.0'' - 3'41.2'' = 30'35.8'' = 0.51^\circ$ , 所以同步卫星的赤纬 $-6^\circ3'41.2'' - 0.51^\circ \times (1/5.6) = -6.061^\circ - 0.091^\circ = -6.152^\circ$ , 即同步卫星相对于天赤道偏南 $6.152^\circ$ . 所以观测点位于北半球,  $\angle\beta = 6.152^\circ$ .

在上图中, OA、OE均为地球半径, 为6370 km. ES为同步卫星距地面高度, 为35800 km. 在 $\triangle OAS$ 中, OA、OS的长度已知,  $\angle\beta$ 已知, 因此可以用正弦定理求出 $\angle\alpha$ .  $OA/\sin \beta = OS/\sin \alpha$ ,  $\sin \alpha = 0.709452$ . 由图可知 $\angle\alpha$ 为钝角,  $\angle\alpha = 134.81^\circ$ ,  $\angle\gamma = 180^\circ - \angle\alpha - \angle\beta = 39.04^\circ$ , 观测地的地理纬度为北纬39.04°.

17. (1) 当掩星过程中A与地表相切时, 地面能见掩星区域最宽,  $AD = 1738 \times 2 = 3476 \text{ km}$ ,  $AE = 6378 \text{ km}$ ,  $\angle AEC = 63^\circ$ , 地面上能见掩星区域的宽度最大值为: 弧AC  $\approx 7000$

km.



- (2) 月亮位于黄白交点附近, 它相对于星空背景的运行方向与黄道的夹角等于黄白交角, 约为  $5^{\circ}09'$ . 有两种可能:



- (3) 公历的年指的是回归年, 19个回归年总长为: 6939.6018天, 差不多正好等于235个朔望月和254个恒星月, 因此: (a)从月相上看, 19年后的这一天, 月相与现在相同; (b)地球、太阳、月亮三者的空间位置与19年前几乎完全一样; (c)月亮运行到了星空中几乎完全相同的位置. 综上, 19年后的确会发生与本次几乎一样的月掩星.

但是考虑到公历中的闰年, 日期可能会有1天的差别, 不一定是在同一天. 还有, 因为地球的自转, 见掩地点发生了变化, 而不在同一处. 0.6018天地球自西向东自转了216.6度, 因此见掩地已西移了差不多半个地球. 注: 19回归年后的月亮运行到同一赤经时, 赤纬只相差50几分, 地球上应仍有地方能见掩. 但见掩地会上下平移一点儿.

18. (1)  $\sigma$ 为标志塔所在地的日落点. 在已知条件

下, 同一天内的日出点偏离正东方与日落点偏离正西方的角度相等. 做辅助线,  $P\sigma$ 为过P与 $\sigma$ 的大圆弧, 且与天赤道交于B, 考虑大圆弧 $\sigma W$ . 通过北天极P的任意大圆均与天赤道垂直,  $\sigma B$ 为夏至当天太阳的赤纬. 球面三角形 $\sigma WB$ 中,  $\angle \sigma BW = 90'$ ,  $\angle \sigma WB = 90^{\circ} - \varphi_{\text{标志塔}}$ .  $\sigma B = \delta_{\oplus}$ . 由正弦定理得:

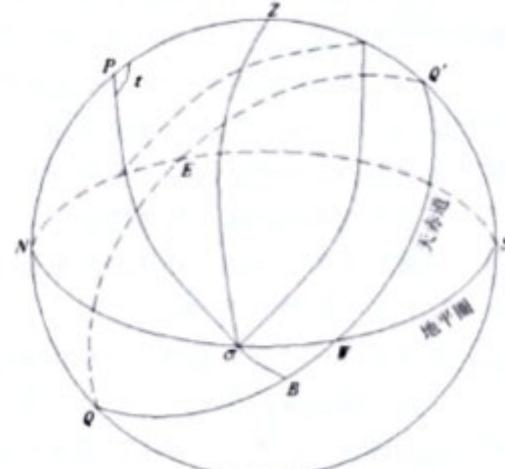
$$\frac{\sin \sigma W}{\sin 90^{\circ}} = \frac{\sin \delta_{\oplus}}{\sin(90^{\circ} - \varphi_{\text{标志塔}})},$$

$$\text{从而, } \sigma W = \sin^{-1} \left( \frac{\sin \delta_{\oplus}}{\cos \varphi_{\text{标志塔}}} \right).$$

夏至当天,  $\delta_{\oplus} = 23^{\circ}.44$ ; 标志塔所在位置的地理纬度,  $\varphi_{\text{标志塔}} = 23^{\circ}.44$ . 代入上式, 得 $\sigma W = 25^{\circ}.69$ . 广州北回归线标志塔所在位置的日出点偏离正东方 $25^{\circ}.69$ .

- (2) 做辅助线, 大圆弧 $Z\sigma$ . 球面三角形 $PZ\sigma$ 中,  $PZ = 90^{\circ} - \varphi_{\text{成山头}}$ ,  $P\sigma = 90^{\circ} - \sigma B = 90^{\circ} - \delta_{\oplus}$ ,  $Z\sigma = 90^{\circ}$ . 考虑 $\angle ZP\sigma$ , 令 $t = \angle ZP\sigma$ . 由余弦定理得:

$$\cos 90^{\circ} = \cos(90^{\circ} - \varphi_{\text{成山头}}) \cos(90^{\circ} - \delta_{\oplus}) + \sin(90^{\circ} - \varphi_{\text{成山头}}) \sin(90^{\circ} - \delta_{\oplus}) \cos t.$$



$$\text{从而, } t = \cos^{-1} \left( \frac{-\sin \varphi_{\text{成山头}} \sin \delta_{\odot}}{\cos \varphi_{\text{成山头}} \cos \delta_{\odot}} \right).$$

夏至当天,  $\delta_{\odot} = \varepsilon = 23^{\circ}.44$ ;  $\varphi_{\text{成山头}} = 37^{\circ}.40$ , 代入上式得:  $t = 109^{\circ}.36$ .

平太阳上中天定义为平太阳时12h, 日出时的地方平时是 $12h - t$ , 即4:42:34. 转化为北京时间,  $(122.71 - 120) \times 4\text{min} = 10.84\text{min}$ , 即4:31:43. 夏至当天成山头的日出是北京时间4:31:43.

注: 上述分析未考虑大气折射及时差.

# CNAO 2015决赛参考答案

## I. 选择题

C A C B C C D A B B A C A

## II. 简答题

14. (1) M51;

(2) 猎犬座;

(3) 测量题目中给的图片, 星系中心间距约为图像边长(传感器为正方形)的0.36倍. 已知传感器尺寸27.6 mm, 因此传感器上的星系中心间距为 $27.6 \times 0.36 = 9.9$  mm. 已知1米望远镜焦距 $f = 8$  m = 8000 mm, 底片比例尺 $S = 206265/f$  ("/mm)  $\approx 25.78$  "/mm. 星系中心角距离 $\alpha = S \times 9.9$  mm = 255.22". 已知两个星系距离我们大约是 $3.7 \times 10^7$  光年, 可以通过星系间的角距离来计算实际距离. 角距离 $\alpha \ll 1$  rad, 因此

$$\alpha \approx \tan \alpha,$$

其中 $\alpha$ 为弧度单位,  $\alpha = \frac{d}{l}$ ,  $l$ 为星系到我们的距离,  $d$ 为两星系间距. 由此可得

$$d = l \times \alpha = 3.7 \times 10^7 \times (255.22" / 206265") \approx 4.58 \times 10^4 \text{ 光年.}$$

(4) 先计算CCD分辨率, 已知尺寸27.6 mm  $\times$  27.6 mm, 像素数 $2048 \times 2048$ , 因此每毫米像素数约为74个. 由第(3)问计算出的底片比例尺 $S = 25.78$  "/mm, 可得单个像素对应角距离为 $25.78" / 74 \approx 0.35"$ . 再计算: 望远镜分辨率, 人眼敏感波长的简化公式 $\delta = 140/D$  ("), 其中口径 $D$ 单位为mm, 可得 $\delta = 140/1000$  mm = 0.14". 由于 $0.35" > 0.14"$ , 因此理论上用这台CCD无法充分发挥望远镜的分辨本领. 但观测地威海的视宁度一般都要大于0.35", 即望远镜的实际分辨本领达不到0.35", 因此使用这台CCD已经足够.

15. 如图所示, 探测器轨道为抛物线. 抛物线方程:  $x^2 = 4y$  (单位: au), 太阳位于焦点处, 因此焦距为1 au.

抛物线准线方程 $y = -1$ , 木星轨道半径5.2 au, 根据抛物线性质, 到准线的距离等于到焦点的距离, 在探测器轨道与木星轨道相交点J处,  $y_J = 5.2$  au - 1 au = 4.2 au,  $x_J = \sqrt{4 \text{ au} \cdot y} = 4.1$  au.

$y = x^2$ 下方围成的面积等于 $(b^3 - a^3)/3$ , 则 $x^2 = 4y$ 曲线下方围成的面积 $\frac{1}{4} \times (b^3 - a^3) / 3$

(同样的 $x, y$ 值为原来的1/4), 故阴影部分面积为:

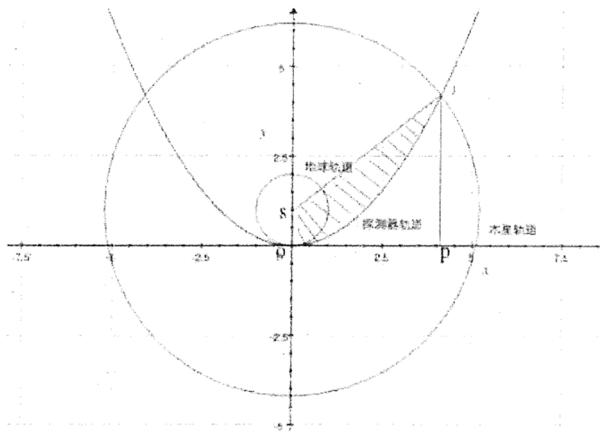
$$\Delta S = S_{\text{SOPJ}} - S_{\text{下}} = \frac{1}{2} x_J (y_J + 1 \text{ au}) - \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{3} x_J^3 = 4.92 \text{ au}^2.$$

探测器相对于日心参考系的速度是地球轨道位置处的逃逸速度:

$$u' = \sqrt{2} v_{\text{环绕}} = \sqrt{2} \frac{2\pi R}{T} = \sqrt{2} \cdot \left( \frac{2\pi \cdot 1 \text{ au}}{1 \text{ yr}} \right) = \frac{8.89 \text{ au}}{\text{yr}}.$$

根据开普勒第二定律, 单位时间扫过的面积等于 $dS = \frac{1}{2} vR = \frac{1}{2} u' \cdot 1 \text{ au} = \frac{\Delta S}{\Delta T}$  (以地球轨道处来计算), 即

$$\frac{\Delta S}{\Delta T} = \frac{1}{2} u' \cdot 1 \text{ au}. \quad \Delta T = \frac{2\Delta S}{u' \cdot 1 \text{ au}} = 1.11 \text{ yr}.$$



16. (1) 夏至日太阳赤纬为 $+23.5^{\circ}$ . 在地方时午夜24时, 太阳下中天.

天体下中天时地平高度  $h = |\delta + \phi| - 90^\circ = -6.5^\circ$ ,  $\delta$  为天体赤纬,  $\phi$  为地理纬度, 解得此时太阳位于地平线下  $6.5^\circ$ .

(2) 如下图所示, 地球半径为  $R$ , O 点为地球球心, P 点为夜光云位置.

设OP长度设为 $x$ , 太阳在地平线下 $6.5^\circ$ , 即切线与与水平面夹角为 $6.5^\circ$ , 根据简单几何关系有 $\alpha + \beta = 6.5^\circ$ . 夜光云平均地平高度20度, 即 $\angle PAO = 110^\circ$

对 $\triangle POA$ 利用正弦定理有  $\frac{x}{\sin 110^\circ} = \frac{R}{\sin(180^\circ - 110^\circ - \beta)}$ , 将  $\beta = 6.5^\circ - a$  代入得

$$\frac{x}{\sin 110^\circ} = \frac{R}{\sin(63.5^\circ + \alpha)}.$$

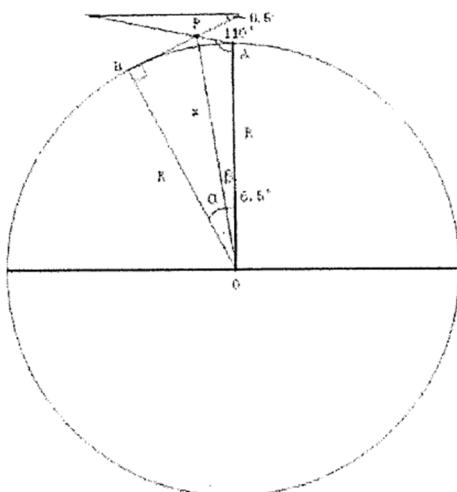
对直角三角形PBO有 $x = R/\cos \alpha$ , 进一步得

$$\frac{R}{\sin 110^\circ \cdot \cos \alpha} = \frac{R}{\sin(63.5^\circ + \alpha)}, \quad \sin 110^\circ \cdot \cos \alpha = \sin(63.5^\circ + \alpha) \rightarrow$$

$$\sin 110^\circ \cdot \cos \alpha = \sin 63.5^\circ \cdot \cos \alpha + \cos 63.5^\circ \cdot \sin \alpha \rightarrow$$

$$\sin 110^\circ = \sin 63.5^\circ + \cos 63.5^\circ \tan \alpha,$$

解得  $\tan \alpha \approx 0.10031$ ,  $\alpha = 5.73^\circ$ ,  $x = R/\cos \alpha \approx 1.005R$ , 所以夜光云平均高度下限  $h = x - R = 0.005R = 0.0052 \times 6371 \approx 32 \text{ km}$ . 根据题目所给数据, 已远超出民航客机的飞行高度, 远超出对流层, 达到平流层中部的位置. 实际上夜光云位于中间层, 距地面的高度一般在



80 km左右, 已经接近中间层顶部.

17. (1) 若要使七颗星上中天时均位于天顶以南, 需要满足 $\phi > \delta_{\max}$ , 其中 $\phi$ 为地理纬度,  $\delta_{\max}$ 为七颗星的最大赤纬天枢 $71^{\circ}16'$ , 故 $\phi = 71^{\circ}16'$ .

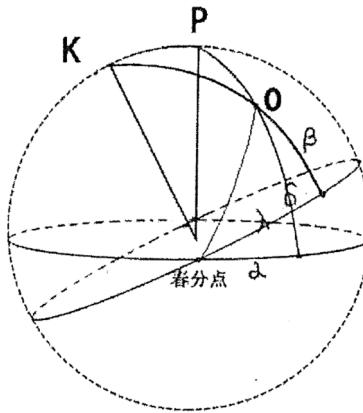
(2.1) 民用晨昏蒙影是为太阳在地平线下 $0^{\circ}$ ~ $6^{\circ}$ , 保证观测点午夜时并没有处于民用晨昏蒙影当中,  $h < -6^{\circ}$ , 有 $h = |\delta_{\odot} + \phi| - 90^{\circ} < -6^{\circ}$ ,  $\delta_{\odot}$ 是太阳赤纬.  $\delta_{\odot} < 90^{\circ} - 6^{\circ} - \phi = +12^{\circ}44'$ . 即太阳赤纬应该小于 $+12^{\circ}44'$ , 否则无法观测. 从春分到夏至, 太阳赤纬从 $0$ 变为 $+23.5^{\circ}$ ,  $12^{\circ}44'$ 在其中一半的位置上, 即从春分过一个半月, 位于5月份. 从夏至到秋分同理. 可得对应月份为5月~8月.

(2.2) 如图所示, 建立球面坐标系, P为J-119历元下的北天极, K为当时的北黄极.

注意, 北黄极在任何一个历元中对应的赤道坐标都应该是 $(18^{\text{h}}, +66^{\circ}34')$ . 在当前坐标系中, 根据直角球面三角公式, 可得 $\cos \alpha \cdot \cos \delta = \cos \lambda \cdot \cos \beta$  (乘积都等于同一边余弦).

在球面三角KPO中,  $KO = 90^{\circ} - \beta$ ,  $PO = 90^{\circ} - \delta$ ,  $KP = \varepsilon$ ,  $\angle KPO = 90^{\circ} + \alpha$ . 边的余弦公式 $\cos(90^{\circ} - \beta) = \cos \varepsilon \cdot \cos(90^{\circ} - \delta) + \sin \varepsilon \cdot \sin(90^{\circ} - \delta) \cdot \cos(90^{\circ} + \alpha)$ , 即 $\sin \beta = \cos \varepsilon \cdot \sin \delta - \sin \varepsilon \cdot \cos \delta \cdot \sin \alpha$ , 其中 $\delta = 71^{\circ}16'$ ,  $\alpha = 8^{\text{h}}12^{\text{m}}$  (天枢). 因此可以解得 $\lambda_0 = 105.66^{\circ}$ ,  $\beta = 49.6^{\circ}$ .

地轴进动周期为25800年, 春分点向西移动, 在J2000历元中, 春分点已经沿着黄道向西移了 $\Delta\lambda = (2000 + 120)/25800 \times 360^{\circ} \approx 29.58^{\circ}$ . 当前黄经 $\lambda' = \lambda_0 + \Delta\lambda = 135.24^{\circ}$ . 在KPO中再次应用余弦公式, 则得 $\sin \delta = \cos \varepsilon \cdot \sin \beta + \sin \varepsilon \cdot \cos \beta \cdot \sin \lambda'$ , 经计算得 $\delta \approx +61^{\circ}40'$ , 因而最低纬度 $\varphi = 61^{\circ}40' \text{N}$ .



(3) 根据题中所给数据计算北斗七星的平均赤经 $\bar{\alpha} = \frac{1}{7} \sum_{i=1}^7 \alpha_i = 10^{\text{h}}13^{\text{m}}$ .

恒星时 $S = \alpha + t$ , 北斗七星上中天时, 时角 $t = 0$ , 故恒星时 $S = 10^{\text{h}}13^{\text{m}}$ .

春分时, 午夜恒星时为 $S_0 = 12^{\text{h}}$  (太阳在春分点 $\alpha = 0$ , 午夜太阳时角 $t = 12^{\text{h}}$ ),  $\Delta S = S_0 - S = 1^{\text{h}}47^{\text{m}}$ .

太阳日比恒星日长 $3^{\text{m}}56^{\text{s}}$ , 也就是每一天午夜的恒星时比前一天晚 $3^{\text{m}}56^{\text{s}}$ . 故 $\Delta t = \Delta S/(3^{\text{m}}56^{\text{s}}/\text{d}) \approx 27$ 天, 比春分日提前27天左右.

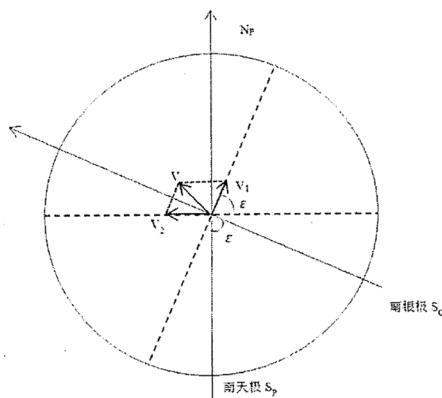
春分日一般为每年的3月21日, 因此霍去病应该在3月21日~27日=2月22日前后进行观测.

(4) 这样的计算并不严格, 因为人很难准确地估计天顶附近星体的高度(天顶距).

18. (1) 因为周日视运动的周期 $23^{\text{h}}56^{\text{m}}4^{\text{s}}$ , 即地球自转实际周期为 $23^{\text{h}}56^{\text{m}}4^{\text{s}}$ . 观测者调整自己的位置保证看到星体以24小时为周期绕南银极旋转, 也就是说观测者在地球表面以某个方向出发, 经过24小时将会回到赤道上, 此时地球比24小时前向东自转了 $3^{\text{m}}56^{\text{s}}$ , 观测者在地球上的运动在一天之内不能形成封闭的轨迹. 在24小时内不会回到起点, 答案为“否”.
- (2) 我们在地球上看到天体绕南、北天极的运动被称为周日视运动, 其根本原因是地球绕着连接南北天极的天轴自转. 题中观测者要看到天体绕南银极做类周日视运动, 需要满足: (a) 以南、北银极连线为轴, 在地球表面绕着该轴做类地球自转运动; (b) 在此期间地球还在自转, 因此观测者还要做一个抵消地球自转的运动.

在 $t = 0$ 时的速度是上面提到的两个速度的合速度. 以南、北银极连线为轴, 类自转运动的速度设为 $v_1$ , 抵消地球自转的速度设为 $v_2$ . 如要同时满足“疾行前南银极正要升起”和“疾行后星空绕南银极如同绕南天极一样”两个条件, 则观测者的位置和方向只可能如图所示.

所以 $v_1 = \text{地球大圆长度}/24^{\text{h}} = 2\pi \times 6371/24^{\text{h}} \approx 1667.92 \text{ km/h}$ ,  $v_2 = \text{地球大圆长度}/23^{\text{h}}56^{\text{m}}4^{\text{s}} \approx 1672.5 \text{ km/h}$ .



其中,  $\epsilon$ 为南银极和南天极的夹角 $\epsilon = 90^{\circ} - \delta = 62.87^{\circ}$ ,  $\delta$ 是南银极赤纬.

$$\text{余弦定理 } v = \sqrt{v_1^2 + v_2^2 - 2v_1v_2 \cos \epsilon} \approx 1742 \text{ km/h}.$$

正弦定理计算 $v$ 速度方向与 $v_2$ 的夹角 $\frac{v}{\sin \epsilon} = \frac{v_1}{\sin \theta}$ , 解得 $\theta \approx 58.44^{\circ}$ , 所以方向为NWN $31.56^{\circ}$ .

- (3) 设 $t$ 时刻观测者的地理经纬度分别为 $\lambda$ 和 $\phi$ . 考虑不随地球自转的坐标系中, 由出发点、观测者和观测者所在经线与赤道交点构成的直角球面三角形. 由球面三角公式可得 $\frac{\sin \phi}{\sin \epsilon} = \frac{\sin v_1 t / R_{\text{地}}}{\sin 90^{\circ}}$ ,  $\cos(\lambda + v_2 t / R_{\text{地}} - \lambda_0) = \cos \phi \cos v_1 t / R_{\text{地}}$ , 其中出发点 $\lambda_0$ 为 $120^{\circ} = 2\pi/3$ .

近似来说,  $\frac{v_2}{R_{\text{地}}} = \frac{v_1}{R_{\text{地}}} = 2\pi/\text{天}$ ,  $t$ 以天为单位.

故解方程可得:  $\phi = \arcsin(\sin(62.87^{\circ}) \times \sin 2\pi t)$ ,

$$\lambda = \frac{2\pi}{3} - 2\pi t \pm \arccos(\sqrt{1 - (\sin(62.87^{\circ}) \times \sin 2\pi t)^2} \times \cos 2\pi t)$$

当 $t = 10\text{h}$ 时, 代入计算并结合实际分析可得, 观测者地理坐标为 $(26.42^{\circ}\text{N}, 170.86^{\circ}\text{W})$ .

# CNAO 2016决赛参考答案

## I. 选择题

A D A B B B A C B D D C A

## II. 简答题

### 14. 解答:

本题的情景是反光板是有更高反射率的漫反射体, 因此, 它覆盖在火星表面时火星亮度就提高了. 当火星冲日, 位于升降交点, 合日, 并且反光板正对地球时, 所需的反光板视直径最小, 此时可认为  $\cos \theta = 1$ .

依题意, 星等变化了0.01等, 即  $m - m_M = -2.5 \lg \left( \frac{F}{F_M} \right) = -0.01$  得  $\frac{F}{F_M} = 1.00924$ , 其中  $m$ 、 $F$  为覆盖反光板时对应的物理量,  $m_M$ 、 $F_M$  为火星原本对应的物理量.

注意反光板挡住了原本火星的一部分反光面积, 所以有

$$\frac{F}{F_M} = \frac{\alpha D_M^2 + \alpha_M (D_M^2 - D_{\text{板}}^2)}{\alpha_M D_M^2},$$

解得  $\frac{D_{\text{板}}}{D_M} = 0.04$ .

火地距离为  $1.5 \text{ au} + 1 \text{ au} = 2.5 \text{ au} = 3.75 \times 10^8 \text{ km}$ ;

火星直径为  $3397 \text{ km} \times 2 = 6794 \text{ km}$ ;

火星角直径为  $\frac{6794 \text{ km}}{3.75 \times 10^8 \text{ km}} \times 206265'' = 3.74''$ ;

所以反光板角直径为  $3.74'' \times 0.04 = 0.15''$ .

### 15. 解答:

(1) 看不到. 黄赤交角可以视为  $180^\circ$  的话, 就可以认为金星是完全倒过来自转的, 金星的北天极对应南黄极, 南天极对应北黄极. 所以, 金星北纬  $60^\circ$  的居民, 相当于居住在黄纬的南纬  $60^\circ$ , 只能看到黄纬的北纬  $30^\circ$  以南的星空. 而北黄极位于天龙座, 离勾陈一(地球的北极星)的角距离远小于  $60^\circ$ , 由此可知勾陈一的黄纬大于北纬  $30^\circ$ , 因此不能被看到.

(2) 在地球上看, 太阳视直径为 30 角分, 到太阳  $1 \text{ au}$ , 所以在金星上看, 太阳视直径为  $30 / 0.72 = 41.7$  角分. 因此人造卫星的视直径也要是 41.7 角分.

人造卫星绕金星做匀速圆周运动, 万有引力产生向心力, 因此:  $\frac{GMm}{r^2} = mr\omega^2$ , 式中

$G$  为万有引力常数, 为卫星到金星质心的距离,  $M$  为金星质量,  $m$  为卫星质量,  $\omega$  为卫星的角速度.

又有:  $\omega = \frac{2\pi}{T}$ , 式中  $T$  为卫星公转周期.

两式联立并整理可得:  $r^3 = \frac{GMT^2}{4\pi^2}$ ,

已知万有引力常数  $G = 6.67 \times 10^{-11} (\text{N} \cdot \text{m}^2 / \text{kg}^2)$ ,

$M$ 、 $T$  均已知, 带入计算可得:

$$r = 3.81 \times 10^5 \text{ km}.$$

因此, 从金星表面上看卫星离观测者的距离为

$$r' = 3.81 \times 10^5 - 0.06052 \times 10^5 = 3.75 \times 10^5 \text{ km.}$$

在这个距离上, 41.7角分对应弧度为:

$$41.7 \times 60 / 206265 = 0.01213.$$

因此该卫星的直径为:

$$3.75 \times 10^5 \text{ km} \times 0.01213 = 4549 \text{ km.}$$

16. 解答:

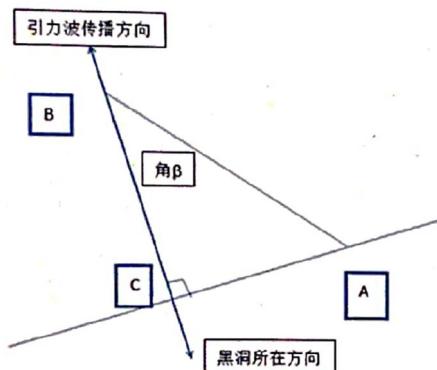
(1) 具体位置如图所示.

引力波以光速传播, 故 $BC = 0.7 \times 10^{-3} \times 3 \times 10^8 = 2100 \text{ km}$ ,  $\cos \beta = 0.7$ ,  $\beta = 45.57^\circ$ .

黑洞可能的方位在空间中形成了一个BA为轴, 并与BA为45.57度角的圆弧.

(2) 假设时间差为7.1 ms, 则同前所述,  $\beta_1 = 44.77^\circ$ ,  $\beta - \beta_1 = 0.80^\circ$ , 以此夹角在空中围绕BA轴旋转画出了一个圆形窄带, 窄带的角面积为 $0.8 \times 360 \times \sin \beta = 205$ 平方度.

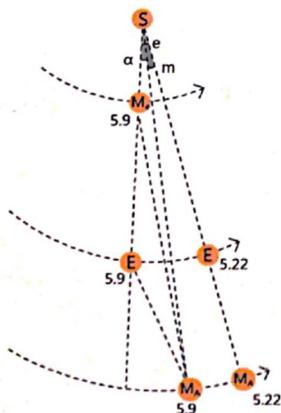
还需考虑6.9 ms的情况, 黑洞可能存在的天区的面积为 $205 \times 2 = 410$ 平方度, 约为400平方度.



17. 解答: 略

18. 解答:

(1) 根据题意, 画出下图.



(2) 图中的角 $e$ 是地球从5月9日至22日公转过的角度 $e = (22 - 9) / 365 \times 360 = 13.8^\circ$ ; 角 $m$ 是火星从5月9日至22日公转过的角度, 火星的公转周期为687天, 当然可以同题中给出的地球和火星的轨道半径, 通过开普勒第三定律求得;

$$m = (22 - 9)/687 \times 360 = 6.8^\circ,$$

因此,  $\alpha = e - m = 6^\circ$ .

这样题目就变为解太阳、地球、火星组成的三角形的问题.

已知角 $\alpha$ , 以及两条边(日地距离 $D_E = 1$  au, 日火距离 $D_{MA} = 1.5$  au). 根据余弦定理可以求出另一条边 $D_{E-MA} = 0.516$  au;

再根据正弦定理可以求出日地夹角约为 $11.7^\circ$ .

- (3) 接下来再解太阳、水星、火星组成的三角形, 与上一问的区别就是日水距离 $D_{ME}$ 需要通过题中给出的参数求出.

5月9日是水星凌日, 而这次是降交点凌日, 近几千年的降交点凌日都是在水星的远日点附近; 因此通过给出参数, 可求出远日点 $D_{ME} \approx 0.464$  au;

余弦定理可求出 $D_{ME-MA} = 1.04$  au;

正弦定理可求出日水夹角为 $2.7^\circ$ .

- (4) 由于水星公转的角速度快于火星(开普勒第二定律), 并根据第(1)问中画出的示意图, 可以判断接下来在水星上观测到的火星冲日应该发生在5月9日至22日之间;

水星在远日点附近的线速度可以根据活力公式求出:

$$v^2 = GM_{\odot} \left( \frac{2}{D_{ME}} - \frac{1}{a} \right)$$

代入数据可得 $v \approx 3.9 \times 10^4$  m/s  $\approx 3.38 \times 10^9$  m/day.

角速度 $\omega = v/D_{ME} \approx 2.67^\circ/\text{day}$ ;

设地球上观测水星凌日(5月9日)后 $t$ 天, 水星上可以观测到火星冲日, 于是有:

$$2.67^\circ t = \left( \frac{360^\circ}{687} \right) t + \alpha$$

求得 $t = 2.8$ , 也就是5月9日后的2.8天.

已知5月9日的水星凌日发生在北京时间傍晚, 因此水星上观测到火星冲日肯定在北京时间5月12日.

# CNAO 2017决赛参考答案

## I. 选择题

B C C B A D C B D C A A B

## II. 简答题

### 14. (低年组)火星车

火-地距离为5500万千米4亿千米；无线电信号速度为30万千米每秒。

在模型车行进25米距离内，遥控往返信号延时在366秒-2666秒间。

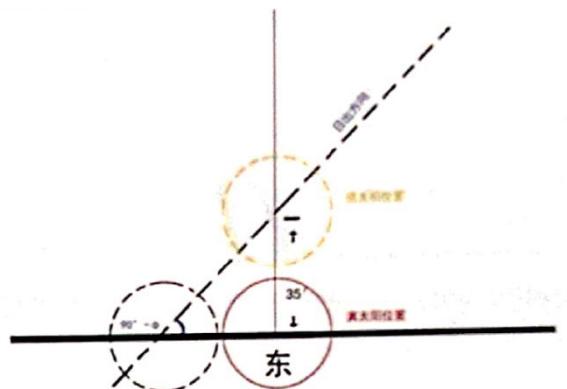
火星车在此期间内行驶距离不能超过25米，因此行驶速度在1-7 cm/s。

### 15. (低年组和高年组)日落

(1) 这位同学在8点40分看到太阳已经完全位于地平线以上，这说明软件模拟的太阳位置与实际的不同。可能由以下两个原因导致，一是真太阳与平太阳的时差，二是地平线附近的大气折射。根据观测地伊宁的经度(东经 $81^{\circ}19'$ )，我们可以计算出平太阳日出时间大约为8点34分(北京时间，以下同)，因此软件模拟已经考虑了时差，错过日出只能是因为地平线附近的大气折射。

(2) 地平线附近的大气折射最为明显，大约为 $37'$ (取 $35'$ 至 $40'$ 均可)，所以当8点40分真太阳中心位于地平线上时，视太阳中心已经位于地平线以上 $37'$ 。

求解示意图中的三角形。其中角 $90^{\circ} - 43^{\circ}55'$ ，对应边 $37'$ ，可得视太阳日出与日出时相差 $51'$ 。又有太阳每分钟在天球上运行 $360^{\circ}/1440 \text{ m} = 15'$ ，因此视太阳日出要早3分钟多，即8点36分至37分。



(3) 首先观测当天是春分，即日出与日落时间间隔12小时，因此真太阳日落时间就是20点40分。由于大气折射，此时视太阳还在地平线以上。日落时的三角形与前一日出时相同，因此真太阳日落要晚3分钟多，即20点43分至44分。

有些同学可能还会考虑一个问题，即太阳每天会在黄道上自西向东移动将近 $1^{\circ}$ ，在春分当天从日出到日落的12小时里就移动了 $30'$ ，因此日落还要再晚2分钟。而实际上我们平常用的时间就是考虑到太阳自行的，因此不需要再加这2分钟。

### 16. (低年组和高年组)视差

恒星位置的周期性摆动主要来自于恒星视差和光行差效应。其中光行差效应所造成的摆动幅度对各恒星相同。

从题意可判断11角秒为光行差所致，即公转速度为 $V = C \times 11/206264.8 = 15.9878 \text{ km/s}$ 。地球公转速度 $V_e = 29.78 \text{ km/s}$ ，即轨道半径 $= (29.78/15.99)^2 = 3.468 \text{ au}$ 。

因此太阳视差为 $0.346''$ .

### 17. (低年组和高年组) 黑洞

(1) 根据图片测量可得半长轴  $a_{\text{obs}} = 0.09''$ , 半短轴  $b_{\text{obs}} = 0.055''$ . 轨道面倾角为45度,

$$a_{\text{real}} = \frac{a_{\text{obs}}}{\cos(90^\circ - i)} = \frac{a_{\text{obs}}}{\sin i}, \quad b_{\text{real}} = b_{\text{obs}}$$

根据视差公式可得真实轨道的半长轴  $a = a_{\text{real}} \cdot d = 1020 \text{ au}$ . 真实轨道的半短轴  $b = b_{\text{real}} \cdot d = 440 \text{ au}$ , 轨道偏心率  $e = \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}} \approx 0.90$

(2) 根据开普勒第三定律  $\frac{T^2}{a^3} = \frac{4\pi^2}{GM}$ , 有

$$M = \frac{4\pi^2 a^3}{GT^2} = 9.13 \times 10^{36} \text{ kg} \approx 4.6 \times 10^6 M_\odot.$$

根据史瓦西黑洞半径公式  $R = \frac{2GM}{c^2} = 1.35 \times 10^{10} \text{ m} \approx 0.09 \text{ au}$

### 18. 伴星

(1) 引潮力为  $\Delta f = \rho' \Delta V \frac{2GM_x}{r^3}$ , 惯性离心力为  $F = \omega^2 x \rho' \Delta V$ , 卫星引力为

$$\Delta\varphi = -\frac{4\pi G \rho' x}{3} \rho' \Delta V.$$

卫星被撕裂的条件: 三力之和大于0. 等于0即为临界条件.

卫星自转角速度=公转角速度  $\omega^2 = \frac{GM}{r^3}$ . 即:  $\frac{3GM}{r^3} - \frac{4\pi G \rho'}{3} \geq 0$ .

$$\frac{4\pi G \rho R^3}{r^3} - \frac{4\pi G \rho'}{3} \geq 0.$$

地-月密度比:  $5/3$ , 月-地临界距离:  $d_L = R_E \left( \frac{3\rho_E}{\rho_L} \right)^{\frac{1}{3}} = 1.7 R_E$ .

(2) 火星-火卫一密度比:  $2/1$ , 火星-火卫一临界:  $d_f = 1.8 R_M$ .

# CNAO 2018决赛参考答案

## I. 选择题

D C A B B B D C A C D C D

## II. 简答题

### 14. (低年组)古刹与月牙

(1) 用尺子测量, 月亮直径为7.6 cm, 古刹高45 cm(具体数据取决于印刷出来的大小, 但比例一定).

月亮视半径为 $30'$ . 故古刹视高度为 $(30/7.6) \times 4.5 = 17.76'$ . 已知古刹实际高度为34 m, 故距离 $L$ 为 $34/\sin 17.76' = 6.58$  km.

(2) 用尺子测量, 照片宽边长为24.6 cm, 对应的视角为:  $(30/7.6) \times 24.6 = 97.1' = 5826''$ .

据底片比例尺, 可得:  $(206265''/f) \times 15.6 \text{ mm} = 5826''$ , 式中,  $f$ 即为镜头焦距. 所以,  $f = 552$  mm.

(3) 可以通过辅助线标出月亮中心, 再用尺子测量, 月亮中心到山顶平台的距离为4.6 cm, 故山顶平台相对于月亮中心的地平高度低了 $(30/7.6) \times 4.6 = 18.15' = 0.3^\circ$ . 故山顶平台相对于摄影机位的仰角为:  $4.5^\circ - 0.3^\circ = 4.2^\circ$ .

结合第(1)问, 山顶平台相对于摄影机位的相对高度 $h = L \times \sin 4.2^\circ = 482$  m. 故其海拔高度为 $482 \text{ m} + 50 \text{ m} = 532$  m.

根据计算方法不同, 允许有 $\pm 10$  m的误差.

### 15. (低年组和高年组)月全食

首先通过地球和太阳的大小计算地球本影长度:  $x/(1.5 \times 10^8 + x) = 12756/1392000$ ,  $x = 1387332$  km.

本次月食期间月球位于近地点附近, 距离地球大约36万千米. 那么36万千米处地球本影大小为9446 km, 大约是月球直径的2.7倍.

本次月食的本影时分为1.3, 因此月球进入本影最深处距离地影边缘  $3475 \times 1.3 = 4517$  km.

接下来计算半影的范围, 如果月面的某个位置进入地球半影, 意味着那里能观测到日偏食. 所以观测到日食的初亏到复圆要包含半影月食的过程.  $3475 \times 2.3 = 7993$  km, 因此半影直径约为1.6万千米.

月球公转周期为27.32天, 地月平均距离是38万千米, 根据开普勒第二定律可以近似计算出月球在近地点的公转速度为9.22万千米/天. 所以,  $1.6 \text{ 万千米} / 9.22(\text{万千米/天}) \approx 4.16$  小时.

### 16. (低年组和高年组)食双星

设 $F_1$ 为主星流量,  $F_2$ 为伴星流量,  $F$ 为系统流量.  $r_1$ 为主星半径,  $r_2$ 为伴星半径.  $m_1$ 为主星视星等,  $m_2$ 为伴星视星等,  $m$ 为系统视星等.

根据视星等的定义  $m_1 - m_2 = -2.5 \lg \frac{F_1}{F_2}$ , 所以  $\frac{F_1}{F_2} = 10^{-0.4(m_1 - m_2)} = 10^{0.4}$ , 即  $F_2 = 10^{-0.4} F_1$ .

当不发生掩星时,  $F = F_1 + F_2 = F_1(1 + 10^{-0.4}) = 1.398F_1$ ,

此时  $m - m_1 = -2.5 \lg \frac{F}{F_1} = -2.5 \lg \frac{1.398F_1}{F_1} = -0.36$ , 即  $m = 0.64$  等.

当主星掩伴星时,  $F' = F_1$ , 所以  $m' = m_1 = 1$  等.

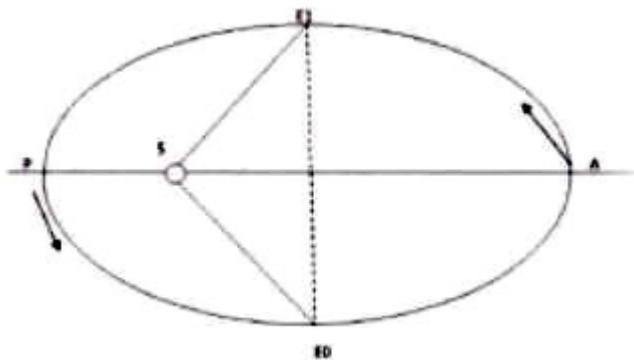
当伴星掩主星时,  $F'' = F_1 + F_2 - \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2 \times F_1 = F_1(1 + 10^{-0.4} - 0.25) = 1.148F_1$ , 此时

$$m'' - m_1 = -2.5 \lg \frac{F''}{F_1} = -2.5 \lg \frac{1.148F_1}{F_1} = -0.15, \text{ 即 } m'' = 0.85 \text{ 等.}$$

综上, 系统视星等的变化为0.64等  $\rightarrow$  1等  $\rightarrow$  0.64等  $\rightarrow$  0.85等  $\rightarrow$  0.64等  $\rightarrow$  1等  $\rightarrow$  0.64等  $\rightarrow$  0.85等  $\rightarrow \dots$ , 如此反复.

### 17. (低年组和高年组) 地球的兄弟

如图, S为太阳. P为地球轨道近日点, A为远日点.



设E为地球, E'为行星, 则从地球过近日点时刻起, E自P点、E'自A点沿轨道运动. 角ESE'自180°持续减小, 直至到达SE' = SE的位置, 图中E<sub>0</sub>、E<sub>1</sub>表示, 以后角ESE'开始增加. 因此, E<sub>0</sub>是东大距所处位置.

同理可证, 当地球到达E<sub>1</sub>点时, 行星到达E<sub>0</sub>点, 角ESE'极小, 从地球上观察到行星西大距.

每年1月4日前后地球过近日点. 1/4地球轨道周期= 91.3日, 即东大距发生于4月5.3日, 西大距发生于10月4.7日.

由节气日太阳地心黄经计算日心黄经.

节气序号	1	2	3	4	5	6	7	8
时刻	1月 5.74日	1月 20.46日	2月 4.23日	2月 19.05日	3月 5.98日	3月 21.01日	4月 5.17日	4月 20.46日
太阳地心黄经						0	15	30
日心黄经						180	196	210
节气序号	9	10	11	12	13	14	15	16
时刻	5月 5.89日	5月 21.43日	6月 6.06日	6月 21.75日	7月 7.48日	7月 23.21日	8月 7.90	8月 23.51日

太阳地心黄经								
日心黄经								
节气序号	17	18	19	20	21	22	23	24
时刻	9月 8.02日	9月 23.41日	10月 8.68日	10月 23.81日	11月 7.81日	11月 22.71日	12月 7.52日	12月 22.27日
太阳地心黄经			180	195				
日心黄经			0	15				

内插得  $E_0$  的日黄经:  $0.13/15.29 \times 15 + 195 = 195.1275$ .

$E_1$  的日心黄经:  $11.29/15.27 \times 15 + 0 = 11.0904$ .

故: 角  $E_0SE_1 = 175.9629$ .

大距时的距角  $SE_0E_1 = SE_1E_0 = 2.018$  度.

## 18. (高年组)霍金辐射

(1) 黑洞的史瓦西半径为:  $r_s = \frac{2GM}{c^2}$ , 从牛顿力学出发进行求解也可以得出一样的结果, 在这里不进行赘述.

(2) 光子的能量可以表示为:  $E = \frac{hc}{\lambda} \sim \frac{hc}{r_s} = \frac{hc^3}{2GM}$ , 故光子的温度为:  

$$T = \frac{E}{k_B} = \frac{hc^3}{2k_B GM}.$$

(3) 黑洞的表面积为:  $A = 4\pi r_s^2 = \frac{16\pi G^2 M^2}{c^4}$ .

黑洞的辐射方式可以看作黑体辐射, 故黑洞辐射功率为:

$$P = A \cdot \sigma T^4 = \frac{\pi \sigma h^4 c^8}{k_B^4 G^2} \cdot \frac{1}{M^2}.$$

(4) 根据质能方程, 黑洞的总能量为:  $E(t) = M(t)c^2 \equiv M_0 c^2 \cdot \alpha(t)$ , 其中  $\alpha(t) = M(t)/M_0$  为无量纲量. 单位时间内, 黑洞质量的损失率:

$$\frac{dM}{dt} = \frac{dE}{dt} \frac{1}{c^2} = -P \frac{1}{c^2} = -\frac{\pi \sigma h^4 c^6}{k_B^4 G^2} \cdot \frac{1}{M^2}.$$

故黑洞的寿命为:  $\tau = \int dt = -\frac{k_B^4 G^2}{\pi \sigma h^4 c^6} M_0^3 \int \alpha(t)^2 d\alpha \propto M_0^3$ .

即黑洞的寿命  $\tau$  和黑洞初始质量  $M_0$  的三次方成正比.

III. 笔试观测

19. 24.

20. A.

21. (1)K (2)I (3)M (4)Q (5)L.

22. B、G.

23.



# CNAO 2019决赛参考答案

## I. 选择题

- 1.C 2.A 3.C/D 4.B 5.C 6.B 7.B  
8.D 9.B 10.D 11.C 12.A 13.B

## II. 简答题

### 14. (低年组)火星的月亮

(1) 相对于赤道附近的观测者, 火卫一连续两次从地平线上升起的时间间隔可以通过会合周期

$$\frac{1}{S_1} = \frac{1}{t_1} - \frac{1}{T} = 0.09004, S_1 = 11.11 \text{ h.}$$

(2) 与第(1)问同理, 可以求得火卫二连续两次从地平线上升起的时间间隔:

$$\frac{1}{S_2} = \frac{1}{T} - \frac{1}{t_2} = 0.00763, S_2 = 131.1 \text{ h.}$$

(3) 通过(1)、(2)两问计算我们可以发现, 会合周期公式稍有区别.

主要是由于火卫一的公转周期小于火星的自转周期, 换句话说, 就是它在天球上由西向东运动的角速度比火星自转的角速度更快. 因此在火星上观测, 火卫一是从正西地平线上升起, 5个多小时后从正东地平线上落下.

而火卫二公转周期大于火星的自转周期, 这个情况更接近地月系统. 因此在火星上观测, 火卫二是从正东地平线上升起, 65个小时(火星上的两天半)后从正西地平线上落下.

### 15. (低年组和高年组)选择目镜

先算出两台望远镜的分辨率.

对光学望远镜, 分辨率  $\theta = 140/D$  (角秒), 式中  $D$  以毫米为单位.

150 mm镜:  $\theta = 0.93''$ .

100 mm镜:  $\theta = 1.40''$ .

人眼的分辨率大约为2角分, 下面就要求将望远镜的分辨率放大到2角分所需要的倍率.

对150 mm镜, 放大率为  $2'/0.93'' = 129$  倍.

它的焦比为  $f/10$ , 故焦距为 1500 mm.

最适合的目镜焦距为  $1500/129 = 11.6$  mm.

对100 mm镜, 放大率为  $2'/1.40'' = 86$  倍.

它的焦距为 600 mm, 最合适的目镜焦距为  $600/86 = 7.0$  mm.

实际观测时, 放大率可以比让人眼刚好看清再稍大一点儿, 所以两只最合适的目镜分别为: 10.8 mm, 6.7 mm.

### 16. (低年组和高年组) FAST

(1) FAST可观测天区范围:

$$\varphi - 40 \leq \delta \leq \varphi + 40,$$

所以可观测赤纬范围:

$$-14.35^\circ < \text{Dec} < 65.65^\circ.$$

(2) 由表可知, 系统温度  $T_{\text{sys}}$  约为 25 K, 天线效率  $\eta$  约为 0.57, 有效接收面积:

$$A_{\text{eff}} = 0.57 \times 3.1416 \times 150^2 = 40291 \text{ m}^2.$$

本征灵敏度:

$$R = \frac{A_{\text{eff}}}{T_{\text{sys}}} = \frac{40291}{25} = 1611.6 \text{ m}^2/\text{K}.$$

(3) 恒星自转角速度和质量存在如下关系:

$$\omega^2 R = GM/R^2;$$

$$\omega = 2\pi/P;$$

$$\rho = 3\pi/GP^2 = 3 \times 3.1416/(6.67 \times 10^{-11} \times 5.19^2 \times 10^{-6}) = 5.25 \times 10^{15} \text{ kg/m}^3.$$

## 17. (低年组和高年组)火星天文馆

(1) 考虑地球上观察火星天文馆的角大小:

利用望远镜分辨角  $\delta = 1.22 \frac{\lambda}{D}$  及  $\theta = \frac{R_{\text{天象厅}}}{d_{\text{ME}}}$  等公式进行计算，并讨论判断.

其中,  $\lambda$ 是入射光波长,  $D$ 是望远镜口径,  $R_{\text{天象厅}}$ 是天象厅半径(可取11.5米),  $d_{\text{ME}}$ 是地球和火星之间的距离.

(2) 考虑地球上观察火星天文馆的亮度(或亮度变化):

利用目视望远镜极限星等  $m_b = 2.1 + 5\lg D$  及  $m = m_{\text{sun}} - 2.5\lg(F/F_{\text{sun}})$  等公式进行计算，并讨论判断.

其中,  $m$ 是火星天文馆的视星等,  $F$ 是火星天文馆反射出的光照射到地球上的亮度,  $m_{\text{sun}}$ 是太阳视星等.

(3) 其他(需根据具体计算展开合理讨论):

如, 可以通过探测器作为中继观测点;可以利用莫尔斯码传递信息;亮度变化导致星等变化的可探测性等.

(本题为开放性试题, 只要阐述的理由和给出的计算过程合理、自洽, 即可得分. 讨论的情况越全面, 得到的分数将越高. 只回答“可以”或者“不可以”不得分)

## 18. (高年组) 垂直发射的炮弹

根据开普勒定律, 该炮弹的轨迹为以地心为焦点的椭圆.

设在地面高度  $y$  时弹丸相对地心的角速度为  $\omega(y)$ , 则在短时间  $dt$  内, 弹丸轨迹扫过的面积为  $\frac{1}{2}\omega(y)dt(R+y)(R+y)$ , 其中  $R$  为地球半径.

根据开普勒定律, 单位时间内扫过的面积为常数, 故有  $\omega(y)(R+y)^2 \equiv \omega_0 R^2$ ,  $\omega_0$  为地球自转角速度.

$$\text{因 } y \ll R, \text{ 故 } \omega(y) = \omega_0 \frac{R^2}{(R+y)^2} \cong \omega_0 \left(1 - 2\frac{y}{R}\right).$$

因此, 弹丸自飞离地面开始, 其地心角速度一直小于地球自转角速度  $\omega_0$ , 故弹丸的落点位于炮口西侧.

【注】在本次决赛中, 很多同学根据“弹丸水平方向速度保持恒定, 因此地心角速度随着高度增加而减小”来推定炮弹落于西侧.

但这一论据是错误的. 如果在地面坐标系中观察, 由于科里奥利力效应的存在, 水平方向会产生速度;如果是在地心坐标系中观察, 无论是水平速度(这里指对应发射时刻的水平方向)还是相对地心的切向速度都是变化的.

在从地面飞行至最高点的过程中, 弹丸高度  $y$  与时间  $t$  有如下关系:  $y = V_0 t - \frac{1}{2}gt^2$ .

因 $(\omega - \omega_0)$ 为弹丸地心角速度与地球自转角速度之差, 故弹丸在地面投影位置的偏离速度(向东为正):

$$dV = (\omega - \omega_0)R = -2\omega_0 y = -2\omega_0(V_0 t - \frac{1}{2}gt^2).$$

弹丸飞至最高点所需时间为:  $T = \frac{V_0}{g}$ .

以下可以采用多种方法估算弹丸从发射到飞至最高点期间偏离距离.

例如: 取简单平均、或使用  $\frac{T}{2}$  时的  $dV$  作为平均值、或分段计算  $0 \sim \frac{T}{2}, \frac{T}{2} \sim T$  的距离等, 结果为某常数  $\times \omega_0 \frac{V_0^3}{g^2}$

若使用积分计算, 可得出准确结果  $\frac{4}{3}\omega_0 \frac{V_0^3}{g^2}$

(使用平均方法计算, 推导和计算过程正确, 此步骤给满分; 若使用积分计算, 须得出准确结果, 此步骤给满分)

# CNAO 2020决赛参考答案

## I. 选择题

ACDCC DBDBD ABC

## II. 简答题

### 14. (仅低年组) 土星环缝

解: 对于天空中比较小的张角来说, 角分辨率大小为 $206265 \text{ arcsec} \times \text{天体的直径/距离}$ .

其中, 角分辨率为 $5 \text{ arcsec}$ , 距离为825000千米, 所以可解出能分辨的最窄缝隙为:

$$d = \frac{5 \text{ arcsec}}{206265 \text{ arcsec}} \times 825000 \text{ km} \approx 20 \text{ km}.$$

### 15. (仅高年组) 主序星占比

解: 根据提示中给出的  $N = \frac{k}{\alpha + 1} [M_{\text{upper}}^{\alpha+1} - M_{\text{lower}}^{\alpha+1}]$ , 进行归一化处理, 即  $N = 1$ , 同时把0.08和100代入其中, 可以计算得到  $k = 0.0446$ .

因此,  $N = \frac{k}{\alpha + 1} [M_{\text{upper}}^{\alpha+1} - M_{\text{lower}}^{\alpha+1}]$  可以改写成:  $\frac{N}{N_{\text{tot}}} = 0.033 \times [M_{\text{lower}}^{\alpha+1}]_{M_{\text{upper}}}$ .

对于G型主序星, 它们的恒星质量在0.8至1.04之间, 所以代入可以得到G型主序星在银河系恒星中所占比例, 约为1.33%.

注: 不同参考文献给出G型主序星的质量范围存在微小差别, 可在0.8至1.2之间, 因此最后计算得到的比例在1.33%至1.88%之间的都算正确.

### 16. (低年组和高年组) 灶神星冲日

解: (1) 据开普勒第三定律的近似公式, 计算神星公转周期:  $T_V = \sqrt{\frac{a_J^3}{a_E^3}} = 3.6290 \text{ yr}$ .

其中,  $a = (2.151 + 2.572)/2 = 2.3615 \text{ au}$ ,  $a_E = 1 \text{ au}$ .

根据会合周期公式, 计算灶神星会合周期:

$$\frac{1}{S_{\text{VE}}} = \frac{1}{T_E} - \frac{1}{T_V}, \quad S_{\text{VE}} = 1.38038 \text{ yr}.$$

5个会合周期后, 即 $6.9019 \text{ yr}$ , 会迎来发生在5至6月的大冲.

$$365.2422 \times 6.9019 \text{ yr} = 2520.865 \approx 2521 \text{ day}.$$

2018年后的6.9年内, 有2020和2024两个闰年, 因此:  $2521 - (365 \times 7 + 2) = -36$ .

由此可得, 下次大冲发生在2025年5月15日, 但由于灶神星轨道实际有倾角, 冲日的具体日期可能有偏差.

(2) 灶神星冲日时的视星等与其到地球和太阳的距离有关.

$m_{\text{近}} - m_{\text{远}} = -2.5 \lg \left( \frac{F_{\text{近}}}{F_{\text{远}}} \right)$ , 其中  $F \propto 1/d^2$ ,  $d$  和  $r$  分别为它到地球和太阳的距离.

$$\frac{F_{\text{近}}}{F_{\text{远}}} = \frac{(2.572 \times 1.572)^2}{(2.151 \times 1.151)^2} = 2.667,$$

$$m_{\text{远}} = m_{\text{近}} + 2.5 \lg \left( \frac{F_{\text{近}}}{F_{\text{远}}} \right) = 6.2.$$

### 17. (低年组和高年组) 脉冲星

解: 引力为  $G \frac{Mm_p}{r^2}$ , 其中  $M$  是中子星的质量, 约为 1.4 倍太阳质量, 太阳质量  $M_\odot = 2 \times 10^{33}$  g,  $m_p$  是质子质量  $= 1.7 \times 10^{-24}$  g.

$$L_{\max} = \frac{4\pi GMm_p c}{\sigma} \sim 2 \times 10^{38} \text{ erg s}^{-1} \sim 50000 L_\odot.$$

### 18. (低年组和高年组) 新彗星颗粒的命运

解: 假设彗星距太阳的距离为  $R$ , 彗星颗粒的典型尺寸为  $d$ , 典型质量为  $m$ .

假设该颗粒为球形, 其半径为  $r = d/2$ ; 假设它 100% 反射所有照在它上面的光.

该颗粒所受的力为: 太阳的引力  $\vec{F}_g$ , 太阳光的辐射压力  $\vec{F}_p$ . 其中,  $F_g = G \frac{mM_s}{R^2}$ .

辐射压的计算:

假设太阳光的光子打在颗粒上全反射, 由此产生的光子动量变化为:  $\Delta p = 2 \frac{h\nu}{c}$ . 其中  $h$ ,  $\nu$ ,  $c$  分别为普朗克常数、光的频率和光速.

由此可推出  $N$  个光子打在彗星颗粒上所产生的力为:  $F = 2 \frac{Nh\nu}{c} \pi r^2$ .

由  $Nh\nu = E$  可得,  $F = 2 \frac{E}{c} \pi r^2$ .

而对应的光压则为:  $p = 2 \frac{E}{c}$ .

因为  $E = \frac{L}{4\pi r^2}$ , 所以彗星颗粒受到的光推力为:  $F_p = pS = 2 \frac{L}{4\pi R^2 c} \times \pi r^2 = \frac{Lr^2}{2cR^2}$ , 其中  $L$  为太阳光度.

在本题中如果用这个式子进行后续计算也算对. 但是严格来讲, 在考虑到彗星颗粒为球形时, 实际的光推力会比上式小一半, 即  $F_p = \frac{Lr^2}{4cR^2}$ .

由于上式的推导需要用到微积分, 推导的过程在这里省略. 在实际比赛中, 以上两个公式都被认为是正确的.

综上所述, 从彗星脱离出来的颗粒所受的合力为:

$$F = F_g - F_p = G \frac{mM_s}{R^2} - \frac{Lr^2}{4cR^2} = G \frac{m}{R^2} \left( M_s - \frac{Lr^2}{4cGm} \right).$$

两力平衡时, 则可得到临界尺寸  $D_0$ .

引入密度  $\rho$ :  $m = \rho \cdot \frac{4\pi r^3}{3}$ , 则可由上式推出对  $r$  的尺寸限制:  $r = \frac{3L}{16\pi c\rho GM_s}$ .

其中, 太阳的光度  $L$  我们可以从太阳常数在一个 au 的数值得到 ( $A = 1367 \text{ W/m}^2$ ):

$$L = A \times 4\pi(\text{au})^2.$$

因此可得:  $r = \frac{3A \cdot (\text{au})^2}{4c\rho GM_s}$ .

假设颗粒的密度与彗星密度类似, 约为  $200\text{--}400 \text{ kg/m}^3$ . 在此我们取平均值, 即:  $\rho = 300 \text{ kg/m}^3$ .

代入后可得:  $r \approx 1.9 \times 10^{-6} \text{ m}$ , 即:  $D_0 = 2r \approx 3.8 \times 10^{-6} \text{ m}$ .

在此我们只取一位有效数字, 则:  $D_0 = 4 \times 10^{-6} \text{ m} = 4 \mu\text{m}$ . (不考虑颗粒球形积分的尺寸比这个数字大一倍, 即为 8 微米. 两个结果都算对.)

彗星颗粒的命运是：尺寸大于4微米的颗粒将会留在太阳系内，小于4微米的颗粒将会被太阳的辐射压推出太阳系。

# CNAO 2011选拔赛参考答案

## 1. (低年组) 恒星观测

- (1) 第一颗恒星“过子午圈”，既可能是上中天也可能是下中天。先考虑上中天，根据其上中天时的地平高度等数据，代入以下公式：

$$h = 90^\circ - |\phi - \delta|$$

当地的地理纬度为：

$$\phi = 40^\circ 05' 02'' \text{ (南半球) 或 } \phi = -29^\circ 34' 42'' \text{ (北半球)}$$

若它此时是下中天，其地平高度为：

$$h = |\phi + \delta| - 90^\circ$$

代入数据可知： $\phi = \pm 145^\circ 10' 08'' - 5^\circ 15' 10''$ ，即 $|\phi| > 90^\circ$ ，结果无意义。表明这颗恒星此时不可能是下中天。

- (2) 第二颗恒星比第一颗晚30分钟上中天，意味着它的赤经比第一颗大 $30^\circ$ ，所以第二颗恒星的赤经为：

$$\alpha_2 = 1^h 20^m 05^s + 30^m = 1^h 50^m 05^s$$

仍然利用(1)中的公式，可以求出第二颗星的赤纬为：

$$\phi = 40^\circ 05' 02'' \text{ 时, } \delta_2 = -6^\circ 34' 33'' \text{ (天顶以南上中天) 或 } \delta_2 = 86^\circ 44' 37'' \text{ (天顶以北上中天);}$$

$$\phi = -29^\circ 34' 42'' \text{ 时, } \delta_2 = -76^\circ 14' 17'' \text{ (天顶以北上中天) 或 } \delta_2 = 17^\circ 4' 53'' \text{ (天顶以南上中天)}$$

## 2. 木星落山

木星冲日时，离地球的距离为4.2 AU，它的视直径为：

$$d = 2 \times 71500 \text{ km} / (4.2 \text{ AU}) = 2.27 \text{ rad} = 46.82''$$

当木星正好位于赤道上时( $\delta = 0$ )，它的周日视运动的角速度为：

$$\omega_0 = 360^\circ / 23^h 56^m 4^s \approx 15''/\text{s}$$

估算时，可以认为任一天的木星视运动角速度都等于 $\omega_0$ ，落山时它的周日视运动轨迹与地平线的夹角为 $90^\circ - \phi$ ，需要进行纬度改正。因此在纬度为 $-40^\circ$ 的地方，它落山的时间大致为：

$$t = [d / \sin(90^\circ - \phi)] / \omega_0 \approx 4.1 \text{ s}$$

大气折射在地平线附近约为 $35'$ ，而木星视圆面仅为 $46.82''$ ，因此大气折射只改变木星的视位置，对落山的持续时间没有影响。如果是太阳(视直径 $32'$ 左右)，则可能会影响。因为大气折射角随着地平高度而减小，会导致我们看到的地平附近的太阳呈扁圆形(宽度不变，但长度变小，形状大约为 $32' \times 26.5'$ ，见2005年国际天文奥赛实测题)，因此北纬 $40^\circ$ 处的太阳落山时间会略微变短大约20多秒。

注：实际上由于木星的周日视运动圆与它的赤纬( $\delta$ )有关，当 $\delta$ 不为0时，视运动轨迹是小圆。这时其周日视运动角速度不同于 $\omega_0$ ，落山的时间当然有所差别。我们可以根据球面天文学公式推导出任意日期的木星落山时间满足：

$$t = d / [\omega_0 \cdot (\cos^2 \delta - \sin^2 \phi)^{0.5}] \quad (1)$$

木星的赤纬为 $[-23.5^\circ, 23.5^\circ]$ ，因此在北纬 $40^\circ$ 处，它的落山的时间为： $t \approx 4.1 \text{ s} \sim 4.8 \text{ s}$ 。大气折射可以改变木星的赤纬 $\delta$ ，从而使得它落山时的视运动圆略有改变，但导致的 $\cos \delta$ 变化不超过0.004， $t$ 的变化不到0.02秒，完全可以忽略。因此大气折射对木星落山过程没有影响。

(1)式的推导过程比较复杂，已经超出了中学数学水平，参加奥赛的同学不必掌握。当在国际奥赛中再次遇到类似的问题时，可以忽略周日视运动的“小圆”效应，不要在这个问题

上过于纠缠. 例如2010年亚太地区天文奥赛理论高年组第二题(晨昏蒙影, 参见2011年第2期《天文爱好者》), 当时有不少学生试图考虑到周日视运动是小圆, 花费了很大精力, 结果却仍然不对.

### 3. 黄道

首先要知道, 要想黄道上的每一点都满足题意, 此时的黄道必与天赤道相交于东、西两点, 也就是说观测时间为地方恒星时6h或18h左右(春、秋分时角为6h时), 对应的地方时为15h20m或3h20m, 显然他是在晚上观测, 时间应为3h20m左右.

此刻黄道上正好过上中天的那一点, 其天顶距和到南极的距离满足:

$$z = |\varphi - \delta| = 90^\circ + \delta$$

代入 $\delta = \pm 23.5^\circ$ , 可以求出只有:

$$\varphi = -90^\circ \text{ 或 } \varphi = 43.0^\circ$$

才满足题意.

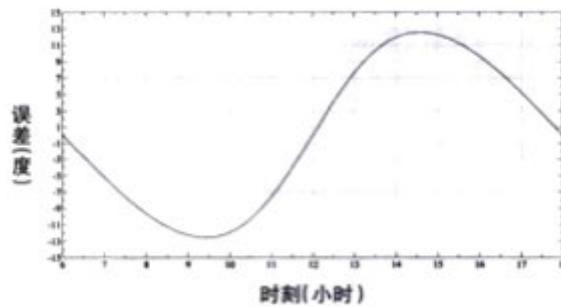
所以观测者在北半球, 纬度为 $43^\circ$ , 当时的地方时为3h20m. 或者他在南极, 这天南极是极夜, 任意时刻都能观测, 而土星在2011年5月1日的赤纬为 $-2^\circ$ 左右, 南半球可见.

### 4. 手表辨向

(1) 地方时 $t$ 时刻利用手表辨别方向,  $t/2$ 刻度指向太阳(方位角为 $A$ ), 北点的方位角为 $0^\circ$ , 因此12点刻度与北点的夹角为:

$$\Delta = A - t/2 \times 30^\circ$$

这就是手表辨向方法产生的误差.  $\Delta$ 为正表示定出的北方偏东, 为负表示偏西. 如下图所示.



可见误差最大为 $\pm 12.5^\circ$ 左右, 大约发生在当地时间上午9.5h(偏西)和下午14.5h(偏东).

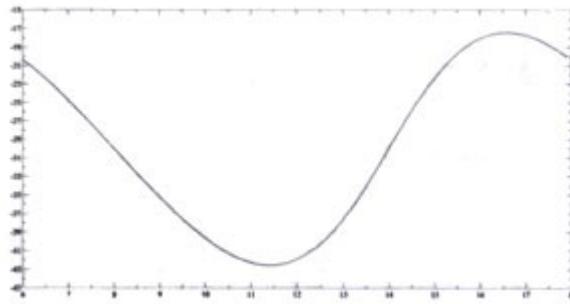
(2) 北京时间 $t$ 时刻, 楼兰古城的地方时为:

$$t + (90^\circ - 120^\circ)/15 = t - 2h$$

楼兰时间比北京时间晚2小时, 也就是说手表平面得向西多转动 $30^\circ$ , 因此误差最大为 $-42.5^\circ$ 左右, 全天测得的北方都偏西. 误差最大时的北京时间大约为11.5h, 地方时仍为9.5h. 最小误差为 $-17.5^\circ$ 左右, 地方时为14.5h, 北京时间为16.5h.

也可以和(1)一样进行作图求解. 此时楼兰古城所见太阳的方位角为:  $\tan A = \tan[(t - 2 - 12) \times 15^\circ]/\sin \phi = \tan(15t - 30^\circ)/\sin \phi$

手表辨向误差为:  $\Delta = A - t/2 \times 30^\circ$ , 作图如下, 横坐标为北京时间, 纵坐标为误差. 结果与前面相同.



(3) 题干中计算出的方位角其实是平太阳的方位角, 真太阳与平太阳在同一时刻的赤经并不相同, 因而方位角也有所区别, 这就是天文学上所称的“时差”. 时差最大不超过18分钟( $\eta = \alpha_{\odot} - \alpha_{\text{平}} \leq 18\text{m}$ ), 它在地平圈上的投影, 即为它所导致的手表辨向的误差. 显然这个误差很小, 最大也只有 $4.5^\circ$ . 至于大气折射等效应导致的误差, 极其微小, 可以忽略不计.

## 5. 分子云

首先考虑分子热运动速小于度必须逃逸速度,

$$\frac{3kT}{m} < \frac{2GM}{R} = \frac{8\pi G\rho R^2}{3},$$

可以推得

$$R > \sqrt{\frac{9kT}{8\pi G\rho m}},$$

代入题干所给数值, 得到 $R$ 约为200000 km.

但这样得出的半径其对应的氢云的质量约为4个地球质量, 这种情况是不可能形成恒星的, 只能形成行星.

同样如果考虑金斯不稳定性

$$\frac{R}{v} > \frac{1}{\sqrt{G\rho}}$$

其中 $v$ 是尺度为 $R$ 的气体球的声速. 这样得到氢云的最小半径, 其质量仍不足以产生恒星. 因此正确的想法是利用最小恒星质量作为判据:

$$\begin{aligned} M_* &= 0.08M_{\text{sun}} \\ \frac{4\pi R_c^3 \rho_a}{3} &= M_* \\ \rho_a &= 0.5 \times 1.23 \text{ kg/m}^3 \end{aligned}$$

最后得到

$$R_c \geq 4 \times 10^6 \text{ km}$$

## 6. (高年组) 火星飞船

(1) 飞船的轨道为抛物线, 其最大速度:

$$v_{\text{max}} = \sqrt{\frac{2GM_{\text{sun}}}{r_{\oplus}}}$$

当它接近火星轨道时速度为

$$v = \sqrt{\frac{2}{3}} v_{\text{max}}$$

根据角动量守恒

$$r_{\text{mars}} v_{\theta} = r_{\oplus} v_{\text{max}}$$

其中  $v_\theta$  是切向速度分量, 得到

$$v_\theta = \frac{2}{3} v_{\max}, \quad \cos \psi = \sqrt{\frac{2}{3}}, \quad \psi = 35.26^\circ$$

**(2) 火星圆轨道速度**

$$v_{\text{mars}} = \sqrt{\frac{GM_{\text{sun}}}{r_{\text{mars}}}} = \sqrt{\frac{2}{3}} v_\oplus = 24.4 \text{ km/s}$$

$$\mathbf{v}_{\text{rel}} = \mathbf{v} - \mathbf{v}_{\max}$$

$$\sin \psi = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\mathbf{v}_{\text{rel}} = v \sin \psi \hat{\mathbf{r}} + (v_\theta - v_{\text{mars}}) \hat{\boldsymbol{\theta}} = 19.8 \hat{\mathbf{r}} + 3.67 \hat{\boldsymbol{\theta}}$$

最后得到

$$v_{\text{rel}} = 20.2 \text{ km/s}, \quad \theta = 10.7^\circ$$

注: 这道题目是2010年IOAA的原题, 当时参加比赛的中国学生就有人是用几何方法解题的, 本次选拔赛也有, 是没什么难度的解析几何, 只要能正确写出抛物线、椭圆的方程并想清楚交点情况, 就可以得到正确答案.

# CNAO 2012选拔赛参考答案

## 1. (低年组) 同步轨道卫星

先画出卫星、接收站和地心的关系图, 如图. 所求量为  $L/c$ . 三角形中已知  $R$  和  $40^\circ$  角, 如果知道  $r$  则可解出整个三角形. 因此下面需要用其他已知条件求出  $r$ .

同步卫星满足  $r^3/T^2 = GM_E/4\pi^2$ , 重力加速度  $g$  可以表示为  $g = GM_E/r^2$ . 消去  $GM_E$ , 用  $g$  表示  $r$  得,  $r = gT^2/4\pi^2$ . 接下来求解三角形. 利用余弦定理,

$$L = \sqrt{R^2 + r^2 - 2Rr \cos 40^\circ}$$

代入  $r$  得,

$$L/c = \sqrt{R^2 + \frac{g^2 T^4}{16\pi^4} - \frac{2RgT^2 \cos 40^\circ}{4\pi^2}}/c$$

## 2. (低年组) 星等

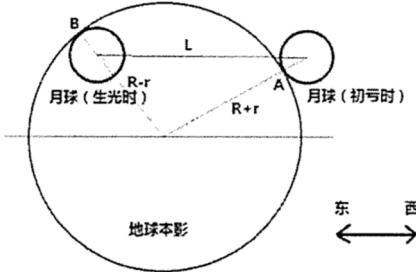
亮度与距离成反比. 设天狼星现在到地球距离为  $D_1 = 2.7$  pc, 经过  $T$  年后减小到  $D_2$ .  $D_1^2/D_2^2 = 2$ ,  $D_1 - D_2 = T \times 80000$  km/yr.

pc 和 km 的换算关系是  $1$  pc =  $206265$  au =  $3.09 \times 10^{13}$  km.

由此解得  $D_2 = 5.9 \times 10^{13}$  km,  $T = 3.05 \times 10^8$  yr.

## 3. 月全食

(1) 如图. 注意对于相切的两圆, 两圆心和切点共线.



(2) 设月球轨道处地影的视半径为  $R$ , 月球视半径  $r = 0.52^\circ/2 = 0.26$ . 初亏和生光时月球中心, 以及地球本影中心构成三角形, 如图. 其下方两边分别为  $R - r$ ,  $R + r$ , 上方边  $L$  满足  $L = (2h20m30s/27.32d) \times 360^\circ = 1.286^\circ$ . 由题图中 A、B 两点的位置可以量出两边与东西连线的夹角为  $23^\circ$ ,  $37^\circ$ , 从而三角形最靠下的那个角的角度为  $180^\circ - 23^\circ - 37^\circ = 120^\circ$ .

利用余弦定理,  $L^2 = (R+r)^2 + (R-r)^2 - 2(R+r)(R-r)\cos 120^\circ$ ,

化简得,  $R = \sqrt{(1.286^2 - (2-1) \times 0.26^2)/(2+1)} = 0.73^\circ$ .

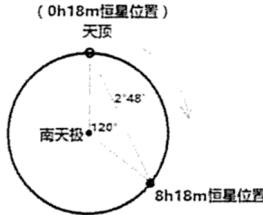
$$R/r = 0.73/0.26 = 2.8$$

(3) 现在三角形三边已知. 利用余弦定理或正弦定理可以解出其余的两角, 左上的为  $42^\circ$ , 右上的为  $18^\circ$ . 可见  $L$  边与东西方向的夹角为  $5^\circ$ , 从西北往东南倾斜, 可以想见白道与黄道的生交点或降交点就在图中的左下方不远处. 此时, 月球在天球上的运行方向与黄道的夹角就是黄白交角, 而黄白交角正是  $5^\circ 09'$ . 所以此时黄道与东西方向的夹角为  $5^\circ \pm 5^\circ 9' = 0^\circ$  或  $10^\circ$ . 太阳位于月球对面, 所以太阳处的黄道与东西方向夹角也是  $0^\circ$  或者  $10^\circ$ . 在题目给出的四个选项中, 冬至夏至时太阳处黄道与东西方向夹角为  $0^\circ$ , 春分秋分时为  $23^\circ 26'$ . 所以此

次月食可能发生在冬至或者夏至.

#### 4. 恒星观测

该星0h18m在天顶, 过了8个小时(时角增加了 $120^\circ$ ), 仍然位于天顶附近, 说明该星是在绕着天顶附近的一个点做周日视运动, 也即(1)该星赤纬很高; (2)该观测地纬度很高. 由于涉及的尺度很小( $90^\circ - 87^\circ 12' = 2^\circ 48'$ ), 可以把球面问题近似成平面问题.



如图, 需要求解等腰三角形的腰, 只需把三角形平分成两个直角三角形即可. 腰长  $r = \frac{2^\circ 48'/2}{\sin(120^\circ/2)} = 1^\circ 37'$ . 所以地理纬度是  $90^\circ - 1^\circ 37' = 88^\circ 23' S$ .

本来对于北天极情况是对称的. 但题目说观测时间是6月16日, 此时北极点附近应该是极昼, 无法看到恒星, 所以排除北极的情况.

#### 5. (高年组) 恒星光谱

多普勒位移可以求出视向速度, 自行和距离结合可以求出切向速度.

$$V_r/c = z = (\lambda - \lambda_0)/\lambda_0 \rightarrow V_r = (5012 - 5007)/5007 \times 3 \times 10^8 \text{ m/s} = 300 \text{ km/s}.$$

$$V_r = \mu d = (1/206265) \text{ rad/yr} \times 60 \times 206265 \text{ au} = 60 \text{ au/yr} = 285 \text{ km/s}.$$

#### 6. (高年组) 掩体计划

(1) 设太阳到木星距离为  $r_J$ , 木星到太阳城距离为  $r$ , 则太阳城到太阳距离为  $r_J + r$ . 太阳对太阳城的引力为  $\frac{GM_S m}{(r_J + r)^2}$ , 木星对太阳城引力  $\frac{GM_J m}{r^2}$ . 若将位于  $L_2$  点太阳城的运动等效为其绕

质量为  $M'$  的等效太阳运动, 则应有  $\frac{GM_S m}{(r_J + r)^2} + \frac{GM_J m}{r^2} = \frac{GM' m}{(r_J + r)^2}$ .

将共周期条件代入开普勒第三定律,  $\frac{(r_J + r)^3}{T^2} = \frac{GM'}{4\pi^2}$ ,  $\frac{r_J^3}{T^2} = \frac{GM_S}{4\pi^2}$ , 得

$$M' = \frac{M_S (r_J + r)^3}{r_J^3}$$

代回第一式, 有

$$\begin{aligned} \frac{M_S}{(r_J + r)^2} + \frac{M_J}{r^2} &= \frac{M_S (r_J + r)^3}{r_J^3 (r_J + r)^2}, \\ \frac{1}{(r_J + r)^2} + \frac{M_J/M_S}{r^2} &= \frac{1 + r/r_J}{r_J^2}, \\ \frac{1}{(1 + r/r_J)^2} + \frac{M_J/M_S}{(r/r_J)^2} &= 1 + r/r_J. \end{aligned}$$

对第一项利用近似关系,  $1 - 2r/r_J = \frac{M_J/M_S}{(r/r_J)^2} = 1 + r/r_J$ ,  $\frac{M_J/M_S}{(r/r_J)^2} = 3r/r_J$ ,  $M_J/M_S =$

$$3(r/r_J)^3.$$

$$\text{所以, } r = r_1 \times \sqrt[3]{M_J/3M_S} = 5.2 \text{ au} \times \sqrt[3]{317.8/(3 \times 332946)} = 0.355 \text{ au.}$$

$$\text{另一种化简方法如下. } M' = \frac{M_S(r_J + r)^3}{r_J^3} = M_S(1 + r/r_J)^3 = M_S(1 + 3r/r_J), \text{ 即在这步}$$

就应用近似关系. 然后代入第一式

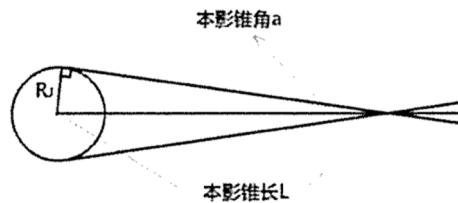
$$\begin{aligned} \frac{M_S}{(r_J + r)^2} + \frac{M_J}{r^2} &= \frac{M_S(1 + 3r/r_J)}{(r_J + r)^2}, \\ \frac{1}{(r_J + r)^2} + \frac{M_J/M_S}{r^2} &= \frac{1 + 3r/r_J}{(r_J + r)^2}, \\ \frac{M_J/M_S}{r^2} &= \frac{3r/r_J}{(r_J + r)^2}. \end{aligned}$$

注意近似关系的要领, 要构造无量纲数的二项式幂次, 并且有一项是1, 另一项远小于1. 因此将等式右边分子分母同除以 $r_J^2$ (不能是 $r^2$ , 否则另一项就远大于1了), 并且移项,

$$M_J/M_S = \frac{3r^3/r_J^3}{(1 + r/r_J)^2}, \quad M_J/M_S = 3r^3/r_J^3, \quad r = r_J \times \sqrt[3]{M_J/3M_S \left(1 - \frac{2r}{r_J}\right)}.$$

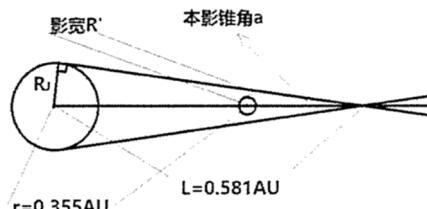
$$\text{由于 } \frac{2r}{r_J} \ll 1, \text{ 得到和第一种化简方法相同的结果, } r = r_1 \times \sqrt[3]{M_J/3M_S}.$$

以上两种范例只是为了说明, 在正确应用近似公式的前提下, 得到的结果是相同的. 接下来即要考虑 $L_2$ 点是否处于木星的本影中. 如图, 求出锥长 $L$ 与 $r$ 进行比较即可.



$$L = R_J/a = (r_J + L)R_J/R_S = r_J D_J/D_S = (5.2 \text{ au} + L) \times 0.1006, \text{ 得} L = 0.581 \text{ au} > 0.355 \text{ au, 所以} L_2 \text{点在木星的阴影中.}$$

(2) 如图在太空城位置向影锥边缘作垂线, 得到相似三角形. 计算出此处的影锥半宽度 $R'$ 与地球半径比较即可.  $R'/R_J = (L - r)/L$ ,  $R' = 27230 \text{ km} \gg 12800/2 = 6400 \text{ km}$ , 所以地球大小的太阳城仍然在木星的阴影里.

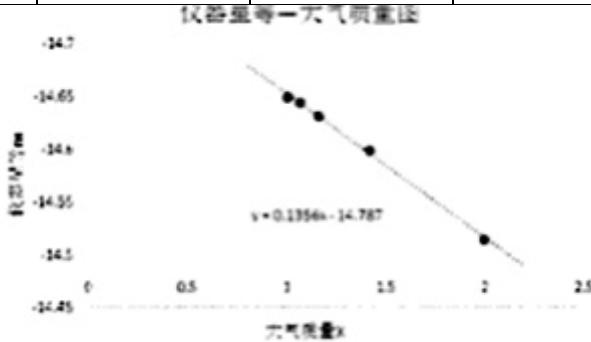


## 7. (低年组) 测量星等

(1)

地平高度	A星流量计数 $N$	$X$ (大气质量)	$m$ (仪器星等)
90°	723610	1	-14.649
85°	724336	1.004	-14.650
70°	720493	1.064	-14.644

60°	712209	1.155	-14.632
45°	690903	1.414	-14.599
30°	639394	2	-14.514



$m = m_0 + K \cdot X$  是消光公式, 对任何定义的星等包括仪器星等也同样适用. 由图中的拟合可知, 大气外仪器星等  $m_0 = -14.79$ , 消光系数  $K = 0.136$ . (注意这个大气外仪器星等  $m_0$  在第二问又被标记成了  $m'_0$ .)

- (2) 如上问所述,  $m'_0 = -14.79$ . 定标常数  $C = 13.2 - m_0 = 28.0$ .
- (3)  $X = 1/\sin h = 1.305$ , 代入拟合公式得  $-2.5 \lg 500000 = m + 0.136 \times 1.305$ , 所以大气外仪器星等  $m'_0 = -14.43$ , 大气外星等  $m_0 = m'_0 + C = 13.57$ .

对500000的总计数可能有两种理解, 恒星总计数或者恒星+天光的总计数. 仔细考虑就会发现, 天光在不同位置是不一样的, 没有任何办法可以通过A星的天光数据推断B星附近的天光情况, 如若理解成“恒星+天光”则本题没有合理的解法. 从而应当理解为恒星总计数.

## 8. 银河系常数

本题的情况很有意思. 由于太阳S和天体M距银心距离相等, 所以它们的轨道速度也应该一样, 这样它们和银心构成的三角形就只有旋转而没有变形, 即  $r$  不随时间改变. 这意味着天体M相对太阳S的速度只有切向分量. 而且这个切向的角速度对任何天体M都是相同的.

- (1) 比如说,  $r$  不宜太小, 即  $L$  不宜过于接近90度. 因为天体除了绕银心运动, 还有随机的运动速度. 随机运动的线速度各处都是相近的, 而从太阳观测时各处绕银心的角速度是相等的. 因此应该避免  $r$  过小.

$r$  也不宜太大, 因为同样的天体, 越远则越暗, 越不容易准确地测出其位置.

$L$  不宜接近180度, 即不宜选择银心方向的天体. 因为银心方向消光严重, 很难准确地测量出天体的  $r$ .

- (2) 已经论述过这些天体相对太阳只有切向速度且同角速度, 并且这个角速度就是太阳绕银心的角速度. 所以角速度  $\omega = v/r = V_0/R_0$ . 再利用  $L$  和  $r$ 、  $R$  之间的几何关系建立等式,  $r/2 = R_0 \cos L$ .

解得,  $R_0 = r/2 \cos L$ ,  $V_0 = v_1 R_0/r = v_1/2 \cos L$ .

- (3) 利用(2)中的结论, 分别算出  $R_0 = 8.39$  kpc,  $7.84$  kpc,  $16.89$  kpc,  $7.82$  kpc. 第三个数据显然有问题, 将其他三个平均, 得到结果  $8.0$  kpc.

## 9. (高年组) 类星体

- (1) 三个类星体光谱中的最强发射线就是  $H_\alpha$  线. 读出其波长分别为7900埃, 6810埃, 7020埃, 再

利用公式  $z = (\lambda - \lambda_0)/\lambda_0$  就能求得红移  $z = 0.20, 0.038, 0.070$ .

- (2) 本问要通过红移  $z$  求出速度  $v$ . 需要注意的是, 这里使用狭义相对论的红移-速度关系公式是不妥当的, 因为, 那是在狭义相对论的时空框架中(闵科夫斯基时空)运动物体的速度与接收到光辐射的红移之间的关系, 即狭义相对论性的多普勒红移. 而宇宙学红移的时空框架是由弗里德曼方程决定的, 动态的, 具有变化的“尺度因子”的时空, 显然和静态的闵科夫斯基时空不同. 比如在静态时空中, 两空间点的距离  $d = cT$ , 其中  $T$  是光信号从一处发射到另一处接受所用的时间. 动态的时空中空间点随着时空一起膨胀, 其“固有距离”  $d_p = a(t)r$ , 其中  $r$  是  $a(t) = 1$  时(一般定义现在的尺度因子为1, 以前的宇宙则小于1)这两点的间距, 也即对于膨胀的宇宙, 两点的“固有距离”会随着时间推移而增加. 与静态时空的处理类似, 假如我们从一点发射光信号到另一点, 则  $r$  与信号传播时间  $t$  的关系只能用微分形式表达:  $a(t) dr = c dt$ .

如果接收光信号的时间就是现在(比如我们观测遥远的类星体), 积分则有  $d_p(t_0) = c \int_{t_e}^{t_0} 1/a(t) dt$ . 注意上式用到了  $a(t_0) = 1$ , 且信号传播时间  $T = t_0 - t_e$ .

针对间隔为光波周期的两个信号列上式, 我们还可以推出宇宙学红移和尺度因子的关系为  $\frac{\lambda_0}{\lambda_e} = 1 + z = \frac{a(t_0)}{a(t_e)} = \frac{1}{a(t_e)}$ .

与静态时空相比,  $d$  与  $T$  的关系复杂了很多, 且还跟宇宙的具体膨胀过程  $a(t)$  有关. 假设宇宙是线性膨胀的, 即  $a(t) = t/t_0$  (这里假设了现在的尺度因子是1), 把它和红移公式代入积分式, 有  $\ln(1 + z) = 1/ct_0 \times d_p$ . 在  $z$  远小于1时,  $\ln(1 + z) \sim z$ , 于是  $z = 1/ct_0 \times d_p$ .

至于  $v$  与  $z$  的关系, 仍然假设宇宙线性膨胀,  $v = dp/dt = d[a(t) \times r]/dt$ , 由于两点仅随空间一起膨胀, 没有额外的运动, 所以  $r$  不随时间变化. 代入  $a(t)$  的表达式, 有  $v = r/t_0 = d_p(t_0)/t_0 = c \ln(1 + z)$ ,  $z$  远小于1时近似为  $cz$ . 但是宇宙实际的膨胀过程要由弗里德曼方程算出. 这里再强调一下宇宙学退行速度是可以超光速的.

如果假设线性膨胀, 结果是  $v = 5.5 \times 10^7$  m/s,  $1.14 \times 10^7$  m/s,  $2.1 \times 10^7$  m/s.

- (3) 利用哈勃定律  $v = H_0 D$ , 代入  $v$  以及  $H_0$  即可求出  $D = 860$  Mpc,  $160$  Mpc,  $300$  Mpc.
- (4) 代入中心黑洞的质量, 并使用国际单位制, 有  $L_{\text{edd}} = 4\pi GMm_p c/\sigma_T = 4\pi \times 6.67 \times 10^{-11} \times 10^7 \times 1.99 \times 10^{30} \times 1.67 \times 10^{-27} \times 3 \times 10^8 / 6.6 \times 10^{-29} = 1.27 \times 10^{38}$  W.

如果记不住太阳质量, 可以通过开普勒定律以地球的公转周期和半径代换  $GMs$ .

# CNAO 2013选拔赛参考答案

## 1. (低年组) 视差

6光年相当于 $6 \div 3.26 \approx 1.84$  pc,  $\pm 0.001$ 角秒的测量精度对应的距离为 $1 \div 0.001 = 1000$  pc. 如果太阳周围的恒星在1000 pc尺度内仍为均匀分布, 则我们可以将问题转化为在一个1000 pc半径的球中, 能容纳多少个边长为1.84 pc的立方体积元,  $N = \frac{4}{3} \pi \cdot \frac{1000^3}{1.84^3} = 6.7 \times 10^8$ .

我们知道, 银河系的银盘结构厚度约为400 pc, 在银盘外的恒星数目相当有限, 这说明我们应当考虑一个圆柱体内的立方体积元数目:  $N = \pi \cdot 400 \cdot 1000^2 \div 1.84^3 = 2 \times 10^8$ .

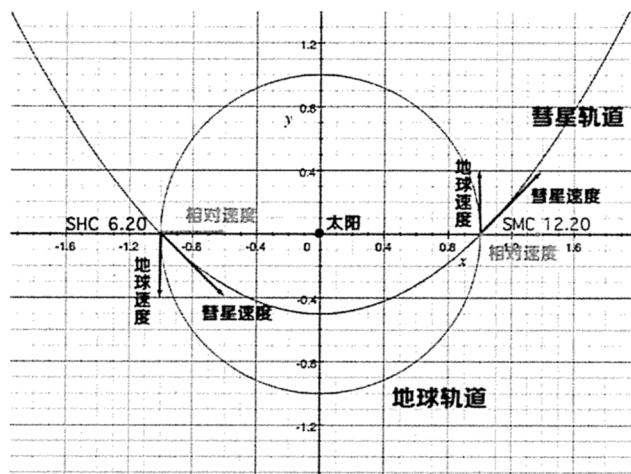
这道题考察的是选手的估算能力, 所以答案的具体数值并不重要 (数量级正确即可), 重要的是考虑到银河系厚度带来的影响.

## 2. (低年组) 望远镜

恒星约每24小时绕天轴转一周, 角速度为:  $\omega = 360^\circ \div 24h = 15^\circ/h$ , 望远镜角速度 $\omega' = \frac{61}{60} \omega = 15.25^\circ/h$ . 望远镜视场大小为 $1^\circ$ , 恒星出视场, 望远镜需要比恒星超前 $0.5^\circ$ , 考虑到赤纬 $60^\circ$ 的影响, 需要在时角上超前 $0.5^\circ \div \cos 60^\circ = 1^\circ$ . 因而有:  $t = 1^\circ \div (\omega' - \omega) = 4h$ .

## 3. 流星雨

- (1) 轨道倾角可忽略, 因此彗星轨道一定和地球轨道有两个交点. 彗星轨道偏心率很大, 故可认为彗星轨道在内太阳系相当于 $q = 0.50$  au的抛物线; 接下来我们要估计两个交点和近日点间的关系. 我们知道抛物线的通径长是近日距的4倍, 也即这个抛物线的通径端点正好是和地球轨道的交点. 所以另一个交点在12月20日附近. 抛物轨道在此处的速度是根号2倍地球速度, 跟地球速度夹45度角. 画图可以得出在两交点处彗星(流星体)相对地球的速度均沿半径方向, 大小等于地球速度:



所以, 答案是: “可能”: 12月20日; SHC, 原因是SMC的流星是从太阳方向来的, 即辐射点和太阳重合. 这两个群的辐射点一个在太阳方向, 一个反太阳方向. 由于SHC有爆发记录, 辐射点不可能是太阳方向, 所以只能SMC的辐射点在太阳方向.

- (2) 利用上问的结论, 6月20日在冬至附近, 太阳黄经约为90度, 辐射点在太阳对面. 注意这里不可能给出精确的结果, 因为真实的流星体轨道和彗星轨道不完全一致, 且这个差别非常大, 远超过几度的范围. 题干中提到流星雨的活动时间很长, 就是这个原因. 而12月20日的

SMC辐射点在太阳方向, 此时太阳黄经270度. 所以实际上它们的辐射点位置是差不多的. 萤石的轨道周期可以利用开普勒第三定律计算:  $\frac{a^3}{T^2} = 1$ . 解得  $T = 125$  a. 根据狮子座流星雨的经验可以估计, SHC也有125年的周期. 所以, 答案是270度; 人马座; 125年; 270度, 人马座.

(3) 判断方法是计算彗星的轨道和观测到的流星体的轨道是否相似. 题目中没有给出流星体的速度, 但是我们已经计算出了流星雨的辐射点方向, 即流星雨辐射点. 所以假如彗星相对地球的速度方向与前面的计算不一致, 则可以推断770P不是SHC母彗星; 如果一致, 则有可能. 以下所有量以地球量为单位,  $\theta$ 是彗星在地球处速度和地球速度的夹角:  $GM = 1$ .

$$\frac{v^2}{2} - \frac{GM}{r} \text{ (彗星在地球处)} = \frac{v_{\text{近}}^2}{2} - \frac{GM}{q} \text{ (近日点处)} = -\frac{GM}{2a} \text{ (轨道能量)}$$

$$v \cdot \cos \theta = v_{\text{近}} \cdot q \text{ (开普勒第二定律)}$$

代入  $a$ 、 $q$ , 可计算得  $v \cdot \cos \theta$  的值, 等于1.

画出彗星轨道和地球相交处的图, 以及彗星相对地球的速度, 可以发现, 当  $v \cdot \cos \theta = 1$  时, 相对速度是指向太阳的, 而上题中已经算出流星雨的方向正是该方向. 所以可能.

可以通过观测流星的地心速度判断流星的群属.

#### 4. 宇宙密度

对于平直的宇宙, 若宇宙临界密度  $\rho_c = \rho = 10^{-28}$  kg/m<sup>3</sup>, 则有以下方程:

$$H = \sqrt{\frac{8\pi G \rho_c}{3}} = 7.3 \text{ km/(s \cdot Mpc)}$$

显然与最新的宇宙学观测结果不符合 ( $H \approx 70$  km/(s \cdot Mpc)). 这说明宇宙中除了重子物质之外还有大量其他物质.

#### 5. (高年组) 活力公式

行星在椭圆轨道上绕太阳公转时, 相对于太阳的角动量为守恒量:  $\mathbf{L} = \mathbf{r} \times \mathbf{p} = m \cdot \mathbf{r} \times \mathbf{v}$ , 换为标量形式:  $L = mvr \cdot \sin \theta$ . 其中  $\sin \theta$  即太阳-行星连线方向(矢径)与行星速度方向的夹角. 单位时间内  $\Delta t$ , 行星矢径扫过的面积  $\Delta S$  仍为守恒量:  $\Delta S = v\Delta t \cdot r \sin \theta = \text{const}$ . 因此开普勒第二定律得证.

下面推导活力公式.

根据机械能守恒定律, 行星公转时, 动能、势能之和为常数:  $\frac{1}{2}mv^2 - \frac{GMm}{r} = \text{const}$ .

我们应当证明等式右侧的常数等于  $-\frac{GMm}{2a}$ . 考虑近地点、远地点, 分别列能量守恒、角动量守恒关系式, 得到:  $\frac{1}{2}mv_1^2 - \frac{GMm}{r_1} = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{GMm}{r_2}$ ,  $v_1 r_1 = v_2 r_2$ ,  $r_1 + r_2 = 2a$ ,  $r_1 - r_2 = 2c$ .

四个方程, 四个未知数, 可以解出  $v_1$ ,  $r_1$ ,  $v_2$ ,  $r_2$ , 从而算出右侧常数为  $-\frac{GMm}{2a}$ .

整理可得到活力公式:  $v^2 = GM \left( \frac{2}{r} - \frac{1}{a} \right)$ .

#### 6. (高年组) 分子云

(1) 为了回答这道题目, 首先我们应当知道恒星的质量下限:  $M_{\min} = 0.08M_{\odot}$ .

因而我们可以列方程求出分子云半径:  $\frac{4}{3}\pi R^3 \cdot \rho = M_{\min}$

$$\text{解得: } R = \sqrt[3]{\frac{3 \times 0.08M_{\odot}}{4\pi\rho}}$$

选手如果不知道恒星质量下限, 也可以跳过此小问继续做答, 第一小问和二三并无关联.

(2) 反射光强:  $L_r = \frac{L}{4\pi D^2} \cdot \pi r^2 \cdot \alpha = \frac{\alpha r^2}{4D^2} L$ .

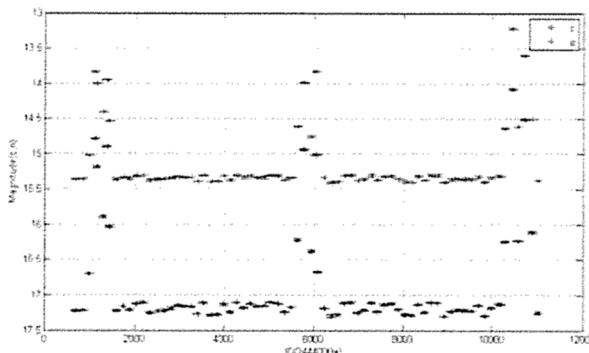
(3) 热平衡状态下, 由斯特藩-玻尔兹曼定律:

$$(\text{单面受照射, 左边为吸收, 右边辐射}) \quad \frac{L}{4\pi D^2} (1 - \alpha) \cdot \pi r^2 = \sigma t^4 \cdot 2\pi r^2$$

$$\text{从而解得 } t = \sqrt[4]{\frac{(1 - \alpha)Lr^2}{8\pi\sigma D^2}}$$

## 7. (低年组) 活动星系核

(1) 由光变曲线可知, 周期约12年.

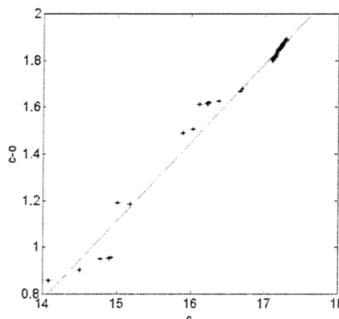


(2) 该天体的每次爆发都包含两个子爆发. 根据活动星系核统一模型推测, 这种现象可能由以下几种原因促成:(答对一种即可)

- 两次子爆发是由于与天体A相互绕转的另一颗天体B先后两次与天体A的吸积盘发生碰撞引起的.
- 两次子爆发一次是喷流指向观测者被捕获到, 第二次是与天体A相互绕转的另一颗天体B与天体A的吸积盘发生碰撞引起的.
- 两次子爆发均来自喷流, 第一次是由于它指向观测者, 第二次是喷流内部激波加速电子, 引起脉冲被捕获.

(3) 这是一颗蝎虎座BL型天体. 判断依据:

- 短时间存在强烈光变. 短时间内可达2.5等.
- 通过做颜色星等图, 发现明显的越亮越蓝的特征.



## 8. 恒星测光

(1) 图1:

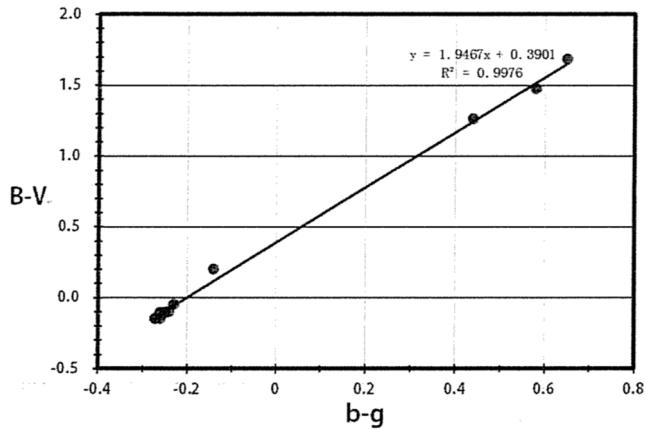
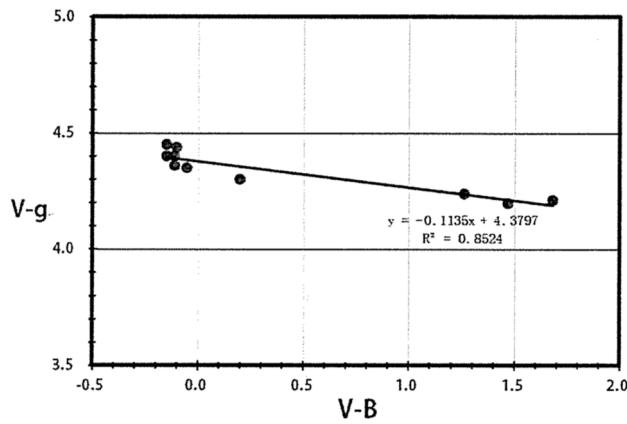


图2:



(2) 根据拟合直线和原始数据, 可以计算得出:  $B - V = 0.03$ ;  $V - g = 4.38$ ;  $V = 3.44$ ;  $B = 3.47$ .

(3) 选4. 因为这是滤镜改正, 不同相机的感光不同, 需要不同的滤镜改正参数. 其他的与滤镜无关.

(4) 猜测: 这和恒星的近似黑体辐射形式有关. 按照黑体辐射公式应该可以证明线性结论.

解释:  $V - R$  较小的恒星偏红, 是低温恒星, 因此其光谱中有大量吸收线, 使光谱偏离黑体辐射形式. 因为不同低温星吸收带位置和强度均不一致, 所以造成不仅不线性相关, 甚至没有相关性.

事实上可以证明的是, 光源是不同温度的黑体时, 用任意多个窄带滤镜得到的色指数之间都存在线性关系. 现实中我们使用的是宽带滤镜, 所以要求滤镜透光情况要相近才可以. 数码单反的r和标准测光的R滤镜相差很大, 这就是与r相关的色指数不满足良好线性的原因.

## 9. (高年组) 艾森彗星

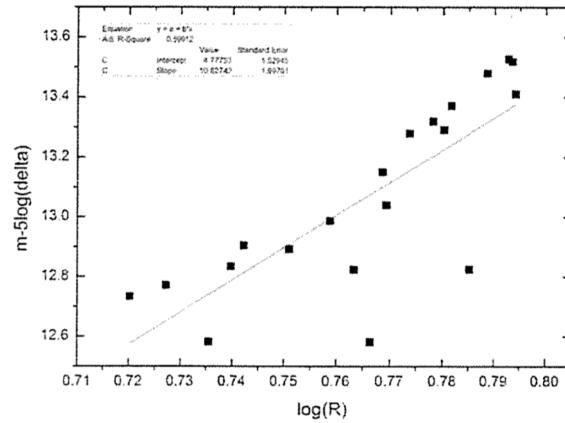
(1) 彗星在离太阳  $R$  处接收到的太阳辐射流量  $F_R$  反比于  $R^n$ , 距离彗星为  $\Delta$  的观测者接收到的彗星辐射流量  $F$  正比于  $F_R/\Delta^2$ , 即:  $F_R \propto R^{-n}\Delta^{-2}$ .

视星等定义为  $m \sim -2.5 \lg F$ , 当  $R = \Delta = 1$  时, 观测者接收到的彗星辐射流量记为  $F$ , 根据彗星绝对星等的定义, 显然  $H \sim -2.5 \lg F_0$ . 因此有:

$$m - H = -2.5 \lg \frac{F}{F_0} = -2.5 \lg R^{-n} \cdot \Delta^{-2} = 5 \lg \Delta + 2.5n \cdot \lg R$$

即:  $H = m - 5\lg \Delta - 2.5n \cdot \lg R$ .

(2) 从上式得知,  $m - 5\lg \Delta = H + 2.5n \cdot \lg R$ , 以 $\lg R$ 为横坐标、 $m - 5\lg \Delta$ 为纵坐标, 代入表中所给数据作图如下. 此图的斜率为 $2.5n$ 、截距即为 $H$ . 对此图做线性拟合, 可求出 $n \approx 4.3$ ,  $H \approx 4.8$ .



(3) 将 $H$ 、 $n$ 、 $\Delta$ 、 $R$ 的数据代入(1)式, 可求出:  $m = 5\lg \Delta + H + 2.5n \cdot \lg R \approx -6.5^m$ .

注: 艾森彗星的近日距为0.01 au, 此时它距离地球0.99 au, 可以算出它在近日点时的亮度可能高达-16等左右! 比满月还亮. 但这时它完全淹没在阳光中, 我们无法看到. 在后来的观测中, 艾森彗星在通过近日点前解体, 远没有达到如此之高的亮度.

# CNAO 2014选拔赛参考答案

## 1. (低年组) 恒星日

设地球自转周期(即恒星日)为 $T_{\text{星}}$ , 公转周期为 $T_{\text{年}}$ , 太阳日为 $T_{\text{日}}$ , 则由会合周期公式可知 $\frac{1}{T_{\text{日}}} = \frac{1}{T_{\text{星}}} - \frac{1}{T_{\text{年}}}$ , 得到 $T_{\text{星}} = 23\text{h}56\text{m}4\text{s}$ .

当地球自转突然反向后, 由于自转速度不变, 故恒星日大小不变, 此时新的太阳日满足 $\frac{1}{T'_{\text{日}}} = \frac{1}{T_{\text{星}}} + \frac{1}{T_{\text{年}}}$ , 得到 $T'_{\text{日}} = 23\text{h}52\text{m}9.5\text{s}$ .

## 2. (低年组) 视差

当恒星视差达到测量精度极限时, 其距离为 $D = \frac{1}{\pi} = 1000 \text{ pc}$ . 而恒星间的平均距离为 $6 \text{ l.y.} = 1.84 \text{ pc}$ , 能被测量的恒星处在半径为 $1000 \text{ pc}$ 的球内, 依此可估算恒星数量 $N = \frac{4\pi}{3} \cdot \left(\frac{1000 \text{ pc}}{1.84 \text{ pc}}\right)^3 \approx 6.7 \times 10^8$ .

但显然, 在银河系中太阳所处的位置上,  $1000 \text{ pc}$ 已经超出了银盘的厚度 $400 \text{ pc}$ , 因此计算时应当考虑均匀分布在圆柱内的恒星数量:  $N = \frac{\pi \cdot (1000 \text{ pc})^2 \cdot 400 \text{ pc}}{(1.84 \text{ pc})^3} \approx 2 \times 10^8$ .

## 3. 火卫一

设火星自转角速度为 $\omega_M$ , 火卫一公转角速度为 $\omega_P$ , 由于火卫一公转方向与火星自转方向一致, 因此相对角速度为两者之差. 故观测者看到火卫一在地平以上时间为 $t = \frac{2\alpha}{\omega_M - \omega_P}$ , 其中 $\cos \alpha = R_M/r_P$ 为观测者看到的地平以上部分火卫一轨道的角度, 火卫一公

转角速度 $\omega_P = \sqrt{\frac{GM_M}{R^3}}$ , 代入数据得到 $t = 15300 \text{ s}$ .

## 4. 拱极星

若不考虑大气折射, 在北极点看到的拱极星数目应占全天一半, 即3000颗, 而在赤道看到的数目为0. 若考虑到大气折射效应的影响, 将发生以下变化:

(1) 对于北极点, 位于天球上天赤道以南 $35'$ 以内的恒星将会变为新增加的拱极星, 这个环带相

对天球的面积比为 $\frac{2\pi R \cdot R \cdot \frac{35}{60} \cdot \frac{\pi}{180}}{4\pi R^2} = \frac{35\pi}{21600}$ , 即加的恒星数目为 $6000 \times \frac{35\pi}{21600} \approx 30.5$

(2) 对于赤道, 增加的拱极星处在天极处半径为 $35'$ 的圆内(北天极与南天极均有)故数目为

$6000 \times 2 \cdot \frac{\pi \left(\frac{35}{60} \cdot \frac{\pi}{180}\right)^2}{4\pi} = 0.3$ , 即增加的恒星数目为0. 注意到, 北极星与北极点相距约 $45'$ , 故北极星不会成为拱极星.

## 5. (高年组) 白矮星

由星等与光度的关系得到 $M_{\text{bol}} - M_S = -2.5 \lg L_{\text{bol}}/L_S$ , 其中 $M_{\text{bol}} = M_V + \text{B.C.v} = 10.6^m$ ,

$$L = 4\pi R^2 \cdot \sigma T^4, \text{ 即 } \lg \frac{R^2 T^4}{R_s^2 T_s^4} = -2.32, R = 0.02 R_s.$$

## 6. (高年组) 球状星团

- (1) 设球状星团半径为  $R$ , 距离为  $D$ , 恒星数密度为  $n$ , 恒星平均光度为  $L$ . 因此分布在  $r \sim r + dr$  的球壳内的恒星对于中心亮度的贡献为  $dE = \frac{4\pi r^2 \cdot dr \cdot nL}{4\pi r^2} = nLdr$ , 故整个球状星团在其中心的亮度为  $E = nLR$ , 而地球上看到的球状星团亮度为  $F = \frac{\frac{4}{3}\pi R^3 nL}{4\pi D^2}$ , 故球状星团中心观测者观测到的视星等为  $m_{\text{cen}} = m_{\text{ear}} - 2.5\lg \frac{E}{F} = m_{\text{ear}} - 2.5\lg \frac{3D^2}{R^2} = m_{\text{ear}} - 2.5\lg \frac{12}{\theta^2} = -7.9^m$ . 但实际上观测者只能看到星团的一半, 故修正后的视星等为  $m'_{\text{cen}} = m_{\text{cen}} + 2.5\lg 2 = -7.1^m$ .

- (2) 一方面星团的亮度与视星等有关:  $\frac{F}{F_s} = 10^{-0.4(m_{\text{ear}} - m_s)}$ ,

$$\text{另一方面与星团的距离有关: } \frac{F}{F_s} = \frac{NL_s/4\pi D^2}{L_s/4\pi d^2} = N \cdot \left(\frac{d}{D}\right)^2,$$

其中  $m_s$  为太阳视星等,  $d$  为日地距离. 由此可计算得到  $N = 3.2 \times 10^5$ .

- (3) 由此可知星团总质量  $M = 3.2 \times 10^5 M_s$ , 星团半径  $R = \frac{\theta D}{2} = 27.2 \text{ pc}$ , 而整个星团的势能为

所有恒星之间势能之和, 考虑分布在  $r \sim r + dr$  的球壳内的恒星与球内恒星的势能:  
 $dE_p = G \cdot \frac{4}{3}\pi r^3 \rho \cdot 4\pi r^2 dr \cdot \rho / r$ . 故总势能为

$$E_p = \int_0^R G \cdot \frac{4}{3}\pi \rho^2 \cdot 4\pi r^2 dr = G \frac{4}{3}\pi \rho^2 \cdot 4\pi \frac{1}{5}R^5 = \frac{3GM^2}{5R}$$

由于对于同一对恒星势能算了两次, 因此实际势能为其一半. 由位力定理得到  $M \frac{\langle v \rangle^2}{2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{3GM^2}{5R}$ , 而平均碰撞时间间隔  $\tau$  满足  $\langle v \rangle \tau \cdot \pi r^2 = \frac{4}{3}\pi R^3 / N$ , 故解得  $\tau = 9 \times 10^{26} \text{ sec} = 3 \times 10^{19} \text{ yr}$ .

## 7. 火流星

在坐标纸上标记地点, 并画出方位角, 可以发现三条直线基本上汇聚在同一点出, 该点即为火流星开始点(终止点). 在图上可直接量出开始点与终止点的经度和纬度, 并由勾股定理可直接计算投影长度. 但此处应当注意, 在该纬度处经度每增加一度对应的长度, 与纬度增加一度对应的长度并不相等, 之间的比值为纬度的余弦值, 因此计算时应当考虑到这一点. 开始点与终止点的高度直接由测量得到的距离可以计算出. 火流星的坠落点则可以将火流星的轨迹线延长, 并按照火流星高度下降速度找到其坠地点, 测量此处经纬度即可(或直接由相似三角形计算得到).

## 8. 超新星

- (1) 通过测量图中曲线得到该直线方程:  $M_V = -2.87\lg P + 27.07$ .

另一方面, 由银河系中造父变星测得的周光关系与上式差别仅在恒星与地球距离的不同, 因此其截距之差即为距离模数, 计算得到距离模数为 28.44.

由 $m - M = 5 \lg d - 5$ , 得到:  $d = 4.88$  Mpc.

同时求导得到:  $\frac{\Delta m}{\Delta d} = 5 \cdot \frac{1}{d \ln 10}$ , 故 $\Delta d = 0.20$  Mpc.

(2) 两超新星的距离模数均已知, 只需利用其视星等即可计算出绝对星等, 其误差为两者之和.

表3

编号	$M_{\max}(B)$	$e(\pm)$	$M_{\max}(V)$	$e(\pm)$	$M_{\max}(I)$	$e(\pm)$
37C	-19.59	0.19	-19.57	0.21	/	/
91bg	-16.62	0.18	-17.38	0.12	-17.81	0.11

(3) 画出并测量即可得到直线方程.

(4) 此时观测波段时恒定的. 从三幅图可以看出,  $\Delta m_{15}(B)$ 越大, 恒星的色指数越大, 恒星越红, 因此选1.

(5) 粒子对电磁波的散射与频率的四次方成正比, 因此蓝光应当更易被消光. 该题应当选B项.

# CNAO 2015选拔赛参考答案

## I. 理论部分

### 1. Envisat过天顶

由于喀山地理纬度  $\phi = 55.79^\circ$  高于卫星的轨道倾角  $I = 55.648^\circ$ , 在喀山是看不到 Envisat 过天顶的. 需要向南移动  $\phi - i = 0.142^\circ$ .

换算到地球表面上, 至少要移动的距离就是  $L = 0.142^\circ \times (\pi/180^\circ) \times R_L = 15.77 \text{ km}$ .

### 2. 宇宙速度

(1) 地球表面处引力势能:  $E_p = -GMm/r$ .

引力提供重力:  $GMm/r^2 = mg \rightarrow GM = gr^2$ .

物体动能:  $E_k = mv^2/2$ .

故  $E_k + E_p = 0$  时可以逃逸, 即  $mv^2/2 - gr^2 \cdot m/r = 0$ , 解得  $v = \sqrt{2gr} = 11.2 \text{ km/s}$ .

(2) 流星体来源于彗星, 可近似认为在无穷远处, 引力势能为0, 动能为0. 从无穷远处到地球轨道处, 能量守恒:  $0 = -GM_\odot m/R + mv^2/2 \rightarrow v = \sqrt{2GM_\odot/R}$ .

对于地球, 引力提供向心力:

$$u^2 m_\oplus / R = GM_\odot m_\oplus / R^2, \rightarrow u = \sqrt{GM_\odot / R}$$

同时, 根据  $u = 2\pi R / T$ , 可得

$$v_{\max} = u + v = (1 + \sqrt{2}) \sqrt{GM_\odot / R} = (1 + \sqrt{2}) 2\pi R / T = 72 \text{ km/s}$$

(3) 首先, 物体的速度应有一部分用于逃逸地球引力:  $v = \sqrt{2gr} = 11.2 \text{ km/s}$ . 另外, 物体的速度应足以逃逸地球轨道位置处太阳引力的束缚. 地球绕太阳公转:

$$u^2 m_\oplus / R = GM_\odot m_\oplus / R^2 \rightarrow u = \sqrt{GM_\odot / r}$$

同时,  $u = 2\pi R / T$ . 逃逸速度:  $u' = \sqrt{2}u$ . 故物体在地球参考系下需增加的速率:

$$\Delta u = u' - u = (\sqrt{2} - 1)u = 12.4 \text{ km/s}$$

通过能量角度考虑:  $v_3^2 = \Delta u^2 + v_2^2$ , 求解  $v_3 = \sqrt{\Delta u^2 + v_2^2} = 16.7 \text{ km/s}$ .

### 3. 流星

(1) 不可能, 因为辐射点和流星的夹角不是90度.

(2) 不可能, 因为辐射点在地平线以下. 计算可知此时辐射点时角是12h.

### 4. 火星大气

(1) 对于任意行星, 辐射平衡满足:  $\pi r^2 \varepsilon = 4\pi r^2 \sigma T^4$ , 其中  $r$  为行星半径,  $\varepsilon$  为行星接收到的恒星的流量,  $\sigma$  是斯蒂芬·玻尔兹曼常数,  $T$  是行星的平均温度. 因为  $\varepsilon \propto d^{-2}$  ( $d$  是行星到恒星的距离), 因此  $T \propto d^{-1/2}$ .

所以  $T_M = T_E \cdot (d_M/d_E)^{-\frac{1}{2}} \approx 280/\sqrt{1.5} \text{ K} \approx 230 \text{ K}$ .

(2) 根据理想气体定律:

$P = NkT/V = \rho kT/m = \rho RT/M$ , 其中  $N$  是分子数,  $m$  是空气分子的平均质量,  $M$  是气体的摩尔常量.

代入数值得

$$\rho = (44 \text{ g/mol}) \cdot P/[8.3 \text{ J}/(\text{mol}\cdot\text{K}) \cdot T] \approx (5.3 \text{ g}\cdot\text{K}/\text{J}) \cdot P/T$$

(3) 火星表面重力加速度为:

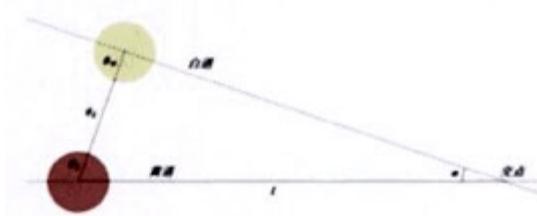
$$g_M = \sqrt{GM_M}/r_M \approx 3.7 \text{ m/s}^2,$$

代入公式得

$$H_M = 1.38 \times 10^{-23} \times 230 / [(44 \times 10^{-3} / 6.02 \times 10^{23}) \times 3.7] m \approx 11.7 \text{ km}$$

## 5. 日食

由于视差效应, 对于地心的观测者, 日月相距很接近时, 地球其他地方的观测者就有可能看到日食了.



如上图, 对地心观测者, 日月最远相距  $\theta = \theta_M + \theta_E + \theta_S = 1.47$  度时, 地球上仍有观测者能看到日食. 其中  $\theta_E$  是地球半径对月亮的张角, 也即与地心观测者相比, 在地球上能看到的最大的月亮的视差. 注意黄白交角不能直接使用, 因为日月之间有相对速度, 也即月球相对太阳运动的方向与黄白交角大.

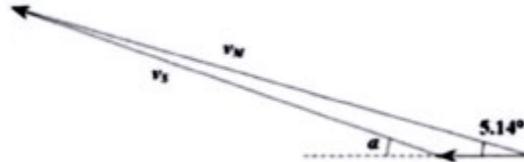
$$\alpha = v_M / (v_M - v_S) \times 5.14^\circ = 5.56^\circ,$$

$$l = \arcsin(\sin \theta / \sin \alpha) = 15.35^\circ,$$

即月相为初一时太阳刚好处在升、降焦点附近  $15.35^\circ$  之内, 即可发生日食.

于是可以计算日食发生的频率:

$$F = 2 \times 15.35 / 360 \times 2 \times 365 / 29.3 = 2.13$$



## II. 实测部分

### 6. KID8005892长周期高偏心率系统

(1) 由开普勒定律, 面积速度一定, 所以时间即是面积. 用周期内两次掩食的间距除以周期, 即是  $a/S$ , 由此求出  $e$ .

(2) 由图2可精确定出掩食各时间点的时间.

$$(12 + 8.5) / 8.5 = 2.4$$

(3) 由于  $i = 0$ ; 第一掩食深度为 0.009, 即高温掩食低温, 没有边缘变暗, 即是大掩小; 第二掩食深度为 0.16, 即低温掩食高温, 有边缘变暗效应, 因此同时是小掩大.  $T^4 \sim L$ , 即  $(T_1/T_2)^4 \sim (0.16/0.009)$ , 所以  $T_1/T_2 = 2$ , 高温星半径大.

(4) 双星系统.

(5) 能. 因为可以由两次掩食总时间求出角速度之比, 从而求出掩食时两星距离比, 定出掩食在轨道中的具体位置, 从而求出轨道.

## 7. 早期宇宙中的类星体

(1) 对于 Ly  $\alpha$  线, 有如下公式:

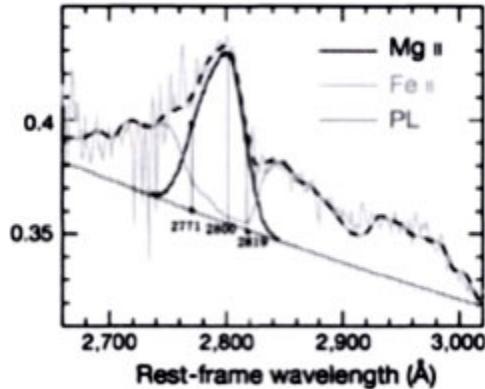
$$1/\lambda = R(1/1^2 - 1/2^2)$$

代入里德伯常量, 解得  $\lambda = 1215 \text{ \AA}$ . 读图, 可得  $\lambda' = 8870 \text{ \AA}$ .

(2) 类星体的红移为:  $z = (\lambda' - \lambda)/\lambda = 6.30$ .

(3) 如图所示, 根据图中所读出数据:

$$\text{FWHM} = (\lambda_1 - \lambda_2) \cdot c/\lambda_0 = 5.14 \times 10^3 \text{ km/s}.$$



(4) 将  $L_{3000}$  和 FWHM 分别代入公式得:

$$M_{\text{BH}} = 1.25 \times 10^{10} M_{\odot}$$

(5) (1.4–1.5  $\mu\text{m}$ ) 和 1.8–2.0  $\mu\text{m}$  之间的波段对应的光被大气层吸收, 在地面上无法观测, 故数据缺失.